Università degli studi di Trieste
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica
Corso di laurea specialistica in Fisica

Tomografia sismica per indagini archeologiche ad alta risoluzione

Relatore: Prof. Michele Pipan
Co relatore: Dott. Gualtiero Böhm
Contro relatore: Prof. Fabio Romanelli

Laureando : Francesco Fontanini

A*i miei genitori.*
Trieste, 22 marzo 2011

Riassunto

Questa tesi mira ad analizzare, elaborare ed invertire dati sismici, al fine di fornire delle immagini tomografiche di alcune strutture funerarie composte prevalentemente da terra e sassi dette *tumuli*. Sono state analizzate le problematiche relative ai metodi di inversione, valutando parametri, limiti, ed altre caratteristiche delle tecniche di tomografia sismica. Particolare attenzione è stata posta sul tema della risoluzione, e della qualità delle inversioni tomografiche anche attraverso lo studio di casi sintetici. Abbiamo analizzato i dati sismici relativi a sette tumuli oltre a quelli sintetici relativi a due differenti modelli. L'analisi tomografica ha evidenziato molte analogie strutturali che accomunano i tumuli analizzati, i campi di velocità ricostruiti mostrano tutti marcati incrementi delle velocità dalla superficie verso l'interno. La risoluzione ottenibile da questo metodo di analisi ha consentito di identificare anomalie anche di piccole dimensioni e si è rivelata sufficiente per ricostruire le strutture generalmente presenti nei tumuli analizzati.

Introduzione

La tomografia sismica è un particolare tipo di problema inverso: vengono effettuate misure sulle onde sismiche propagate attraverso un mezzo. Studiandone alcune caratteristiche quali ampiezza, fase, tempi d'arrivo è possibile quindi dedurre le proprietà del mezzo attraverso il quale è avvenuta la propagazione. In molti casi la propagazione di onde attraverso un corpo può essere descritta attraverso un integrale, o con la sommatoria dei parametri del mezzo; il problema tomografico quindi consiste nel trovare i valori di una funzione a partire dal suo integrale calcolato lungo una certa traiettoria. Nel caso geofisico, la tomografia sismica è volta a determinare funzioni quali campo di velocità, fattori di attenuazione e riflettività del terreno.
Questo lavoro di tesi è stato sviluppato nell'ambito di un tirocinio svoltosi nel periodo compreso tra novembre 2010 e marzo 2011 presso il Dipartimento di Geofisica della Litosfera dell'Istituto Nazionale di Oceanografia e di Geofisica Sperimentale (INOGS) di Trieste. Il mio lavoro, condotto sotto la guida del prof. Michele Pipan, del dott. Gualtiero Böhm e con la collaborazione del dott. Emanuele Forte, ha avuto come scopi l'analisi, l'elaborazione e l'inversione di dati sismici, al fine di effettuare una tomografia in trasmissione di alcuni tumuli presenti nella campagna friulana. I tumuli sono monticelli di terra e pietre solitamente eretti a copertura di una tomba, a formare una sorta di collina artificiale. Tumuli con camere di sepoltura individuale o camere di sepoltura collettive sono presenti su scala globale fin dall'inizio del periodo Neolitico [8]. I tumuli analizzati, collocati tutti in zone rurali del Friuli Venezia Giulia, sono risalenti all'Età del Bronzo collocabile approssimativamente nel 2000 a.C. Strutture funerarie di questo tipo sono state ritrovate lungo la Via della seta, nelle catene montuose dell'Asia centrale, nell'Europa centrale e del nord, in Giappone, Africa, America e in molte regioni dell'area Mediterranea. Essi sono costituiti da diversi materiali che possono comprendere grossi massi, ciottoli di fiume, limi, argille e legno [3]. Dal punto di vista archeologico, i tumuli funerari offrono l'opportunità di ottenere informazioni sugli aspetti legati alla vita, ai costumi, e sulle caratteristiche delle popolazioni che li avevano innalzati. Dal punto di vista geofisico essi sono interessanti oggetti di studio, che possono stimolare l'implementazione di tecniche anche non convenzionali al fine di aumentare la risoluzione richiesta per lo studio delle strutture interne, e per pianificare al meglio esplorazioni archeologiche.
Questa tesi mira ad elaborare i dati sismici acquisiti in precedenti campagne geofisiche al fine di fornire delle immagini tomografiche dei tumuli. Lo scopo è quello di studiare le problematiche relative ai metodi di inversione, analizzando parametri, limiti, ed altre caratteristiche delle tecniche di tomografia sismica applicate a questo particolare caso. Nello specifico tratteremo il problema della qualità dell'inversione, analizzandone l'attendibilità, la risoluzione, la sensibilità e le possibili cause di errore. Particolare attenzione verrà posta alla determinazione dei parametri di inversione ed alla scelta della griglia di base. Verranno inoltre esposte ed utilizzate alcune tecniche utili per incrementare la risoluzione ottenibile, per minimizzare gli errori e per aumentare la qualità delle immagini tomografiche ottenute.
Nella prima parte di questo lavoro verranno trattati gli aspetti teorici relativi al problema tomografico in generale. Si tratterà in particolare il caso della tomografica sismica dei tempi

di arrivo, dei metodi di inversione lineari, e delle problematiche legate alla qualità che caratterizza i risultati di un inversione. Verranno descritti inoltre alcuni algoritmi e programmi per l'inversione tomografica. Nella seconda parte, che rappresenta il nucleo di questa tesi, sono riportati l'analisi, l'interpretazione ed i risultati delle inversioni effettuate sia sui dati acquisiti nei siti in esame sia su dati e casi sintetici utilizzati per analizzare i problemi della risoluzione e della qualità propri dei metodi di analisi usati.

Parte I

Tomografia

Tomografia è un termine che deriva dal greco $\tau o\mu o\sigma$ e significa taglio, sezione. L'utilizzo di tecniche tomografiche nacque negli anni '30 grazie al radiologo italiano Vallebona che propose un metodo per rappresentare una singola sezione del corpo umano su una pellicola radiografica, utilizzando i principi della geometria proiettiva. Tale tecnica fu largamente utilizzata in campo medico fino alla metà degli anni '80, quando grazie all'avvento del calcolatore venne gradualmente soppiantata. La metodica alla base della tomografia computerizzata fu ideata e realizzata dall'ingegnere inglese Godfrey Hounsfield e dal fisico sudafricano Allan Cormack, che vinsero il premio Nobel per la medicina nel 1979 per il progetto "Development of Computer Assisted Tomography". I successi ottenuti in campo medico tra gli anni '70 e '80 hanno fatto si che le tecniche tomografiche venissero applicate anche nel campo geofisico, nella sismologia e nella geofisica di esplorazione.

La metodologia utilizzata in campo geofisico per le analisi tomografiche è abbastanza simile a quella usata per la TAC (Tomografia Assiale Computerizzata) in campo medico, risulta però essere più complessa dal punto di vista della trattazione matematica. I fasci di raggi X utilizzati in campo medico, se pur attenuati diversamente a seconda dei tessuti attraversati, seguono delle traiettorie rettilinee nel loro percorso all'interno del corpo umano, e quindi il problema tomografico può essere risolto attraverso equazioni lineari. I raggi sismici invece sono deviati dalle disomogeneità del mezzo che attraversano, questo porta ad una dipendenza della traiettoria dei raggi, dal modello di velocità del sottosuolo. Le equazioni che governano la tomografia sismica sono quindi non lineari, ma vengono linearizzate utilizzando procedimenti iterativi che mirano ad aggiornare le traiettorie ed il campo di velocità ad ogni iterazione. Un'altra differenza fondamentale tra la tomografia medica e sismica è la copertura angolare ottenibile. Nella TAC il paziente in esame è situato al centro del tomografo mentre i tubi radiogeni (sorgenti) ed i rilevatori sono montati su di un anello rotante. Questa geometria di acquisizione consente una copertura angolare a 360°e fornisce un'altissima risoluzione. In campo sismico non è possibile ottenere una distribuzione di sorgenti e ricevitori altrettanto efficace, ci si deve infatti limitare al posizionamento in superficie o in pozzi esplorativi, il che influisce in maniera determinante sui risultati ottenibili. Il caso particolare che analizzeremo in questo lavoro di tesi è estremamente interessante perchè è un caso piuttosto singolare in cui in campo sismico si riesce a lavorare con onde trasmesse mediante uno stendimento di rilevatori che circonda totalmente l'area in esame.

Capitolo 1

Tomografia sismica dei tempi di arrivo

La tomografia dei tempi di arrivo utilizza i tempi di percorso dei raggi sismici dalle sorgenti ai ricevitori, questi tempi vengono poi confrontati con quelli ricavati da un modello di partenza. Tramite un processo iterativo, viene aggiornato il campo di velocità di tale modello cercando di ridurre ad ogni iterazione le differenze tra i tempi osservati ed i tempi calcolati sul modello stesso..
Il procedimento tomografico in ambito sismico può essere quindi riassunto in tre fasi:

- identificazione ed interpretazione dei tempi di arrivo (*picking*)
- definizione del modello iniziale e tracciamento dei raggi
- inversione dei tempi di arrivo.

1.1 Teoria dei raggi

Un buon metodo per descrivere la perturbazione sismica in mezzi eterogenei consiste nell'approssimare il campo d'onda mediante dei raggi, definiti come le normali ai fronti d'onda. Ciò è possibile, nel caso in cui le discontinuità del mezzo in esame non siano troppo caotiche, poiché i raggi rispondono a semplici leggi geometriche basate sul principio di Fermat e sulla legge di Snell. In ottica, il principio di Fermat, o "principio di tempo minimo", afferma che il percorso fra due punti compiuto da un raggio è quello che viene attraversato nel minor tempo. Un conseguenza diretta è la legge di Snell, la quale descrive le modalità di rifrazione di un raggio nella transizione tra due mezzi a differente velocità separati da una superficie piana (figura 1.1)

$$\textit{Legge di Snell} \qquad \frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin r}{v_2} \tag{1.1}$$

C'è da dire che un presupposto indispensabile per la validità matematica di questa legge è la presenza di un'interfaccia netta e ben riconoscibile (quindi sorgente e ricevitore devono essere distanti dalla superficie di rifrazione), inoltre le velocità all'interno dei due mezzi devono essere costanti e isotrope. In natura è quindi raramente possibile incontrare condizioni in cui applicare rigorosamente la legge di Snell, ma essa resta comunque una valida approssimazione da utilizzare in campo sismico. La presenza di gradienti di velocità in un mezzo è in grado di deviare i raggi, nonché di concentrarli o disperderli in corrispondenza rispettivamente di zone ad alta o bassa velocità. C'è quindi una dipendenza tra la densità dei raggi che attraversano una regione e la velocità di tale zona, di conseguenza la risoluzione tomografica di un'area dipenderà dalla velocità locale nel modello. Ipotizzando di lavorare con raggi dritti in una

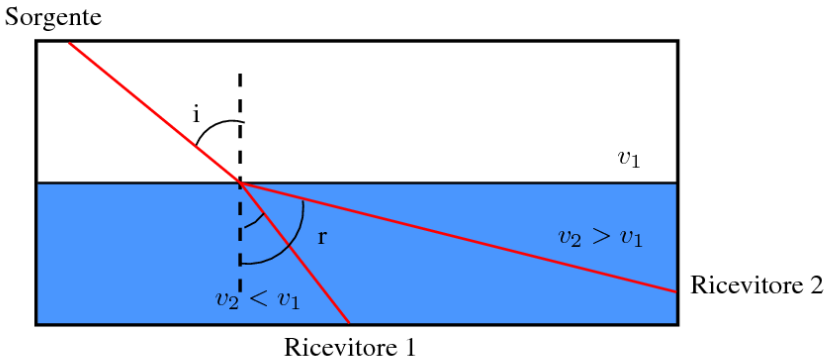


Figura 1.1: *Legge di Snell: due mezzi a differente velocità sono separati da un'interfaccia piana. Un angolo incide sulla superficie di separazione con angolo i e viene rifratto con angolo r. Secondo la legge di Snell nel caso in cui v_2 sia minore di v_1, il raggio si avvicina alla normale alla superficie, nel caso contrario se ne allontana.*

regione a forte gradiente di velocità, otterremo l'effetto di una regione a bassa velocità in uno spazio minore di quello reale. Il contrario avviene per le regioni ad alta velocità.

1.2 Volume di Fresnel

Una misura della risoluzione reale dei raggi sismici può essere ottenuta considerando il Volume di Fresnel, definito come una delle infinite ellissoidi che definiscono il volume di radiazione di un'onda. Nel caso sismico possiamo considerare la semplificazione bidimensionale per le onde trasmesse. L'equazione di un ellisse centrata nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{1.2}$$

Posizionando sorgente e ricevitore nei fuochi dell'ellisse possiamo esprimere i parametri a e b della (1.2) utilizzando la loro distanza l e la lunghezza l'onda dominante λ, definita come:

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{1.3}$$

dove f è la frequenza dominante del segnale e v la velocità locale. Unendo la (1.2) e la (1.3) si ottiene:

$$a = \frac{l+\lambda}{2} \qquad\qquad b^2 = \frac{\lambda}{4}\left(l + \frac{\lambda}{4}\right) \tag{1.4}$$

Un generico punto $P(x, y)$ situato sul limite del volume di Fresnel soddisfa pertanto l'equazione:

$$y^2 = R^2 = \frac{\lambda}{4}\left(l + \frac{\lambda}{4}\right)\left(1 - \frac{(2s-l)^2}{(l+\lambda)^2}\right) \qquad \textit{dove } s = x + \frac{l}{2} \tag{1.5}$$

La grandezza s è la lunghezza della proiezione di P sul raggio che congiunge sorgente e ricevitore. Il raggio di Fresnel F raggingerà il valore massimo al centro degli assi. Supponendo che $l \gg \lambda$, il massimo di F sarà:

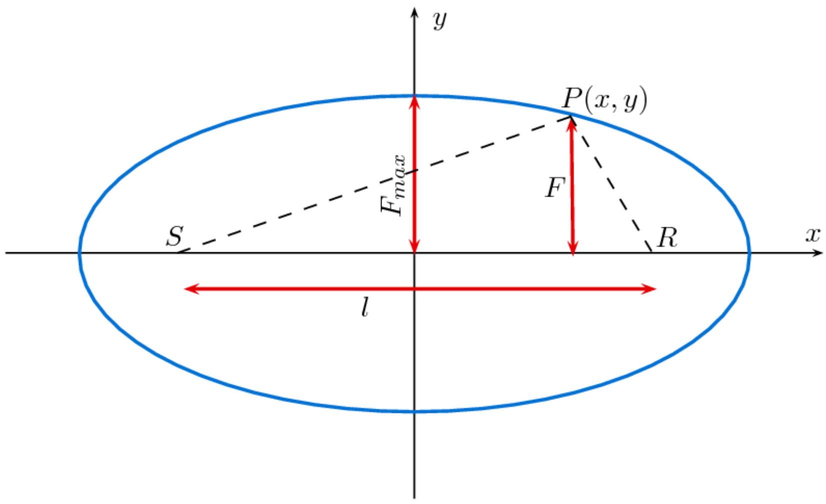


Figura 1.2: *Ellisse che rappresenta la regione influenzata da un'onda che si propaga da S a R. Il raggio di Fresnel massimo F_{max} è sito a metà strada tra la sorgente e il ricevitore.*

$$F_{max} = b \approx \frac{\sqrt{l\lambda}}{2} \tag{1.6}$$

La (1.6) è verificata per un mezzo omogeneo, ma è comunque possibile concludere che la risoluzione reale ottenibile dai raggi è dipendente dalla lunghezza d'onda dominante λ del treno d'onda, la quale è a sua volta funzione della velocità del mezzo attraversato.

1.3 Il problema tomografico: equazioni

Consideriamo la coppia sorgente-ricevitore connessa tramite un arbitrario raggio r, il tempo d'arrivo t_r associato a tale raggio è:

$$t_r = \int_r \mathbf{s}(x,y)dl \tag{1.7}$$

dove $\mathbf{s}(x,y)$ è la funzione *lentezza* (reciproco della velocità) nel mezzo attraversato dal raggio r, e dl è la distanza infinitesima lungo r. Matematicamente si potrebbe pensare di scegliere arbitrariamente il raggio r, ma esso ha senso fisico solo se obbedisce al principio di Fermat. Si può quindi considerare corretto solo il raggio r_f che minimizza il tempo di percorso t_r.

$$t_f = \int_{r_f} \mathbf{s}(x,y)dl_f = min_r \left(\int_r \mathbf{s}(x,y)dl \right) \tag{1.8}$$

dove t_f è il tempo di arrivo minimo, possibile per la data coppia ricevitore-sorgente, r_f è il raggio di Fermat, dl_f è una distanza infinitesima lungo r_f.
Quanto detto finora ha validità nel caso di un mezzo continuo, nel processo di inversione tomografica si usa invece discretizzare il mezzo in un numero arbitrario di celle o *pixel* (caso 2D), oppure di blocchi o *voxel* (caso 3D). All'interno di ogni *pixel* o *voxel* la velocità (e quindi anche la lentezza) è considerata costante. Mirando ad ottenere un modello che si avvicini il più possibile ad una rappresentazione del continuo, si cerca di aumentare il numero di suddivisioni e di ridurne la grandezza. Una discretizzazione più fine porta però ad una maggior quantità di incognite e dati, quindi ad uno sforzo computazionale notevole.

Consideriamo ora un insieme m di tempi d'arrivo osservati $(t_1, t_1, t_3, \ldots t_m)$, relativi a m coppie sorgente-ricevitore in un mezzo continuo di lentezza $\mathbf{s}(x, y)$. Utilizzando le equazioni (1.7) e (1.8) otteniamo:

$$t_i = \int_{r(i)} \mathbf{s}(x, y) dl \qquad i = 1, 2, 3 \ldots m \tag{1.9}$$

dove ogni tempo d'arrivo t_i è associato all'i-esima coppia sorgente-ricevitore tramite un raggio di Fermat r_i. Se la funzione lentezza viene considerata costante all'interno di ogni blocco di una certa discretizzazione, possiamo scrivere la (1.9) come:

$$t_i = \sum_{j=1}^{n} l_{ij} s_j \qquad i = 1, 2, 3 \ldots m \tag{1.10}$$

dove n è il numero di celle del modello, l_{ij} è la distanza che l'i-esimo raggio percorre all'interno della j-esima cella, s_j è il valore (costante) della lentezza nella j-esima cella (fig.1.3).

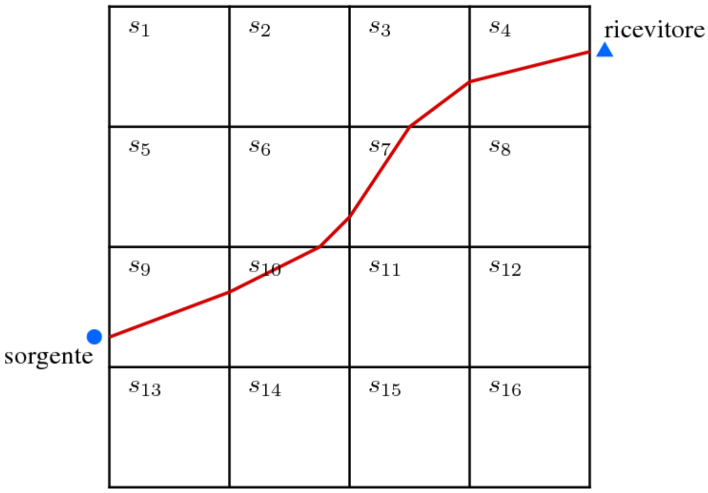


Figura 1.3: *Modello 2D a pixel quadrati con un raggio curvo che lo attraversa.*

Dalla figura 1.3 possiamo notare che solo pochi pixel del modello vengono attraversate dal raggio, per cui il vadore di l_{ij} vale zero per la maggior parte delle celle. Si dice quindi che $\mathbf{L}$ è una matrice sparsa. Più grande sarà la dimensione della matrice tomografica, maggiore sarà la percentuale di zeri. Per quanto riguarda i raggi, essi seguono traiettorie curve che sono indipendenti dalla scelta della griglia. Poichè il nostro modello viene definito con pixel a velocità costante, le traiettorie saranno linee spezzate in corrispondenza dei margini di cella, con angoli di rifrazione determinati dalla legge di Snell. Qualora le variazioni di velocità tra le celle siano piccole è possibile approssimare le traiettorie a percorsi rettilinei, il che diminuisce notevolmente i tempi di calcolo ma aumenta le imprecisioni nella ricostruzione del modello.

Capitolo 2

Metodi di inversione lineare

Vogliamo in questa sezione mettere in luce i principi dell'inversione tomografica; definiamo quindi i vettori **s** e **t** e la matrice **L**. Gli elementi del vettore **s** sono le lentezze all'interno di ogni cella attraversata dal raggio r. Il vettore **t** contiene i tempi d'arrivo osservati, ogni componente rappresenta il tempo impiegato da un raggio a coprire la distanza sorgente-ricevitore. La dimensione di **t** è quindi data dal numero di raggi che attraversano il modello in esame. La matrice **L** ha come elementi le lunghezze dei singoli tratti che ogni raggio i-esimo percorre all'interno di ogni cella che incontra nel suo percorso. Ogni riga della matrice corrisponde ad un singolo raggio. Supponendo di avere un modello discretizzato con n celle ed m raggi si avrà:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} \qquad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & \cdots & l_{1n} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & \cdots & l_{2n} \\ l_{11} & \cdots & \cdots & \cdots & l_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & l_{m3} & \cdots & l_{1n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{L}\mathbf{s} \tag{2.1}$$

La matrice **L** non è una matrice quadrata (se non nel caso molto particolare in cui il numero dei raggi sia uguale al numero delle celle), è sparsa, non ha simmetrie e solitamente è singolare, il che pregiudica l'invertibilità. Nei metodi tomografici lineari **L** e **t** sono noti e si vuole determinare **s**. Possiamo considerare nota la matrice **L** solo assumendo che il modello di velocità influisca in modo trascurabile sulla geometria dei raggi. Qualora le differenze di velocità all'interno del modello non siano minime, i raggi non si possono considerare rettilinei, e la geometria è definita dalla legge di Snell. Nella tomografia medica i raggi X emessi dal tomografo seguono traiettorie rettilinee nell'attraversare i tessuti del paziente, l'approssimazione dei raggi dritti è in questo caso giustificata totalmente, cosa che in genere non si può applicare nel caso sismico se nn in casi particolari. Siccome le differenze di velocità nel mezzo non sono trascurabili, la geometria dei raggi diventa funzione della velocità **s**, che però è l'incognita principale da trovare. Si avrà quindi un problema non lineare a due incognite, **L** ed **s**, di non facile soluzione. Il metodo utilizzato per risolvere questo tipo di problema, consiste nel cercare di eliminare la non linearità attraverso un processo iterativo, aggiornando iterativamente il modello di velocità ed il percorso dei raggi.

1. definizione di un modello iniziale di velocità $\mathbf{s_0}$

2. calcolo della matrice $\mathbf{L}$ e i tempi d'arrivo $\mathbf{t_0}$ tramite la 2.1
3. calcolo dei residui $\Delta\mathbf{t} = \mathbf{t}_{oss} - \mathbf{t}_{calc}$, se $\Delta\mathbf{t}$ è piccolo allora s_0 è la soluzione cercata
4. se s_0 non è accettabile si apporta una correzione $\Delta\mathbf{t}$ al modello risolvendo il problema (lineare) $\Delta\mathbf{t} = \mathbf{L}\Delta\mathbf{s}$
5. aggiornamento del modello iniziale: $s_1 = s_0 + \Delta\mathbf{s}$ e ripetizione del ciclo dal punto 1 utilizzando il valore aggiornato di velocità s_1 al posto di s_0.

2.1 Inversione matriciale

Il punto 4 è il passaggio che contiene la linearizzazione della 2.1, stiamo quindi effettuando un'inversione lineare all'interno di un algoritmo che lineare non è. Ciò comporta che al passo 4 deve valere l'approssimazione che il modello calcolato ad una certa iterazione non deve differire troppo da quello calcolato all'iterazione successiva. Qualora i contrasti di velocità siano troppo bruschi, questo algoritmo non riesce a convergere e si ottiene una soluzione oscillante priva di significato fisico. Per evitare questo inconveniente è necessario introdurre vincoli provenienti dall'esterno, costruiti *ad hoc* per ogni situazione particolare [2].

Nel processo sopra descritto il vero termine di inversione è contenuto del passaggio 4, che analizzeremo accuratamente. Partendo dall'equazione

$$\Delta\mathbf{t} = \mathbf{L}\Delta\mathbf{s} \tag{2.2}$$

dalla quale si deve ricavare un vettore $\Delta\mathbf{s}$ di perturbazione del modello iniziale. Diversi sono i metodi utilizzabili per compiere l'inversione. Verranno di seguito descritti i metodi *standard* di inversione matriciale ed i metodi iterativi ART e SIRT.

2.1.1 Minimi quadrati

La matrice $\mathbf{L}$ della (2.1) non è generalmente invertibile date le sue caratteristiche. Inoltre la (2.2) non si si può risolvere facilmente, è però possibile ricorrere alla formula dei minimi quadrati *standard*: se il problema è sovradeterminato, se quindi $m > n$, allora si può risolverlo utilizzando la formula:

$$\Delta\mathbf{s} = \left(\mathbf{L}^T\mathbf{L}\right)^{-1}\mathbf{L}^T\Delta\mathbf{t} \tag{2.3}$$

dove $\mathbf{L}^T$ è la trasposta di $\mathbf{L}$. La matrice da invertire $\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L}\right)$ è quadrata e quindi in teoria invertibile. Purtroppo pure questa formulazione non ci aiuta in quando essa è quasi sempre una matrice singolare ($det\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L}\right) = 0$) e perciò non esiste l'inversa. Per ottenere una soluzione dalla (2.3) si cerca in genere di manipolare la matrice da invertire introducendo dei fattori stabilizzanti, in alternativa si ricorre alla scomposizione a valori singolari (*single value decomposition - SVD*), che vedremo nel paragrafo (2.1.2). Nel metodo dei minimi quadrati smorzati (*damped least squares*) si utilizza un fattore di smorzamento che viene sommato alla diagonale della matrice ($\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L}\right) = 0$) per renderla invertibile:

$$\Delta\mathbf{s} = \left[\mathbf{L}^T\mathbf{L} + k\mathbf{I}\right]^{-1}\mathbf{L}^T\Delta\mathbf{t} \tag{2.4}$$

ove k (numero positivo) è il fattore di smorzamento. L'esistenza dell'inversa della matrice in parentesi quadra è così garantita dal metodo dei minimi quadrati, potremo quindi usarla per risolvere la 2.4. Il fattore di smorzamento impedisce agli autovalori della matrice da invertire di scendere sotto una certa soglia k, il che consente l'inversione ma al contempo crea dei problemi nell'affidabilità dei dati forniti. Modificando i valori della diagonale di $(\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L}\right))$ sorgono infatti problemi di distorsione dei risultati: aumentando il fattore di smorzamento k conferiamo stabilità all'inversione, però amplifichiamo al contempo la distorsione dei risultati. Tale procedimento è l'analogo del cosiddetto "*prewhitening*" nel calcolo di un filtro inverso per la deconvoluzione. Se nello spettro di ampiezza del segnale, ci sono ampiezze nulle per determinate frequenze, per ottenere il filtro si aggiunge al segnale in ingresso del rumore bianco di fondo, il che impedisce ai coefficienti del filtro di avere ampiezze infinite in corrispondenza di tali valori.

2.1.2 Scomposizione a valori singolari

La scomposizione a valori singolari (nota in forma abbreviata come SVD) è un'operazione comune non solo nel trattamento di dati tomografici, poiché permette di effettuare l'inversione e fornisce fondamentali informazioni sulle proprietà del sistema raggi-griglia-campo di velocità. La SVD permette infatti di scomporre la matrice tomografica $\mathbf{L}$ nel prodotto di tre matrici $\mathbf{U}$, $\mathbf{\Lambda}$ e $\mathbf{V}$ tali che:

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \tag{2.5}$$

dove $\mathbf{\Lambda}$ è la matrice diagonale degli autovalori di $\mathbf{L}$, $\mathbf{U}$ è la matrice degli autovettori corrispondenti agli autovalori di $\mathbf{\Lambda}$, $\mathbf{V}$ è la matrice degli autovettori di $\mathbf{L}^T$. $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$ sono matrici ortogonali, per cui $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I} = \mathbf{V}\mathbf{V}^T$. Sostituendo la (2.5) nella (2.3) possiamo derivare una soluzione in $\Delta\mathbf{s}$:

$$\Delta\mathbf{s} = \mathbf{U}^T\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{V}\Delta\mathbf{t} \tag{2.6}$$

Se $\mathbf{\Lambda}$ ha valori nulli o tendenti allo zero, la sua inversa $\mathbf{\Lambda}^{-1}$ avrà corrispondenti valori tendenti all'infinito, destabilizzando l'inversione. La procedura usuale consiste nell'eliminare tutti questi autovalori stabilendo una soglia sotto alla quale essi devono essere troncati. Questa soglia è spesso scelta arbitrariamente, tuttavia sarebbe opportuno che essa venisse a dipendere dal rapporto segnale/rumore e dagli errori di misurazione. Se si considera infatti una soglia troppo bassa, i parametri del modello corrispondenti agli autovalori più piccoli saranno calcolati sulla base del rumore e non sul segnale. Una differenza di tre ordini di grandezza tra l'autovalore massimo e quello minimo porta generalmente a grossi problemi di instabilità. Nelle applicazioni reali tale differenza può raggiungere 5-6 ordini di grandezza. Dal punto di vista computazionale la SVD è più affidabile dei minimi quadrati perché fornisce risultati coerenti anche nell'inversione di dati di cattiva qualità [9].
La formula dei minimi quadrati smorzati può essere espressa tramite la scomposizione a valori singolari applicando la (2.5) alla (2.4). La matrice $\mathbf{L}^T\mathbf{L}$ in funzione della SVD è:

$$\mathbf{L}^T\mathbf{L} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{V}^T$$

da cui:

$$\mathbf{L}^T\mathbf{L} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{V}^T$$

la matrice $\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L} + k\mathbf{I}\right)$ può essere espressa come:

$$\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L} + k\mathbf{I}\right) = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{V}^T + k\mathbf{I} = \mathbf{V}\left(\mathbf{\Lambda}^2 + k\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{V}$$

l'inversa sarà quindi:

$$\left(\mathbf{L}^T\mathbf{L} + k\mathbf{I}\right)^{-1} = \mathbf{V}\left(\mathbf{\Lambda}^2 + k\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{V}^T\Pi = \mathbf{V}diag\left(\frac{1}{\lambda_j^2 + k}\mathbf{V}\right)$$

la forma esplicita della matrice da invertire è:

$$\left(\mathbf{\Lambda}^2 + k\mathbf{I}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda_1^2+k} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_2^2+k} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \frac{1}{\lambda_n^2+k} \end{pmatrix}$$

Risulta ora evidente come gli elementi appartenenti alla diagonale di quest'ultima matrice non possano mai avere denominatore nullo, ciò si deve al coefficiente di smorzamento che agendo da soglia rende sempre possibile l'inversione (a scapito però dell'affidabilità dei risultati). La scomposizione a valori singolari è una procedura fondamentale anche al fine di ottenere una stima qualitativa della bontà dell'inversione. Il controllo di quanto una matrice sia corretta è dato dalla cosiddetta "matrice risolutiva" $\mathbf{R} = \mathbf{V}\mathbf{V}^T$. Ogni colonna di $\mathbf{R}$ fornisce il dato sulla risoluzione di ciascun parametro del modello: teoricamente $\mathbf{R}$ dovrebbe essere la matrice identità, ma in realtà presenta sempre valori non nulli fuori dalla diagonale, tanto maggiori, quanto peggiore è l'inversione. L'effetto del fattore di smorzamento è quello di allontanare $\mathbf{R}$ dalla matrice identità sempre più al crescere di k.

Le metodologie fin qui esaminate invertono i tempo d'arrivo osservati, operando su matrici di grandi dimensioni e non simmetriche. Ciò impedisce un'agevole manipolazione numerica, allunga i tempi di calcolo e necessità di un ingente quantità di memoria. I limiti propri di questi metodi non sono trascurabili nell'analisi di dati reali, in cui spesso si incontrano modelli con discretizzazioni composte da centinaia di celle; nella tomografia 3D l'utilizzo di tecniche di inversione matriciale è addirittura proibitivo. Se quello computazionale è il limite maggiore delle tecniche di inversione finora analizzate, restano da ricordare altri fattori di incertezza che abbiamo già citato nella trattazione.

- Il primo fattore è dato dalla soggettività nella scelta di k (nel caso dei minimi quadrati standard) e della soglia di taglio (per la scomposizione a valori singolari). Non esiste infatti una regola matematica che permetta di definire con precisione il fattore di smorzamento e la soglia di taglio, sono infatti determinati in base ai dati a disposizione e all'obiettivo da raggiungere.

- Il secondo fattore è la distorsione della soluzione generata dallo smorzamento. Questo problema non è risolvibile in quanto per raggiungere la stabilità si deve necessariamente alterare i dati su cui si lavora, l'obiettivo potrebbe essere quello di arrivare a un buon compromesso tra stabilità ed accuratezza del risultato.

2.1.3 Metodi iterativi: ART e SIRT

Per superare i problemi legati all'inversione matriciale, sono stati sviluppati numerosi metodi di inversione alternativi, tra i quali ART e SIRT sono quelli più largamente utilizzati. Entrambi sono metodi iterativi che si basano sull'algoritmo di Kaczmarz [13] e superano i problemi di calcolo della scomposizione a valori singolari e dei minimi quadrati. L'algoritmo di Kazkmarz (schematizzato in figura 2.1) è praticamente identico al processo di linearizzazione che abbiamo già visto nella sez.2.

1. Per la prima iterazione di pone in input il modello iniziale s_0 e si calcolano i tempi di arrivo T e la matrice tomografica L;

2. Se la differenza tra i tempi di arrivo stimati e quelli reali è già minore ad una soglia prefissata, allora il valore di s_0 viene accettato, altrimenti viene apportata a tutte le celle una correzione Δs per migliorare la stima del modello;

3. Si aggiorna il modello iniziale s_b e si calcolano i tempi d'arrivo e la matrice tomografica usando il modello aggiornato.

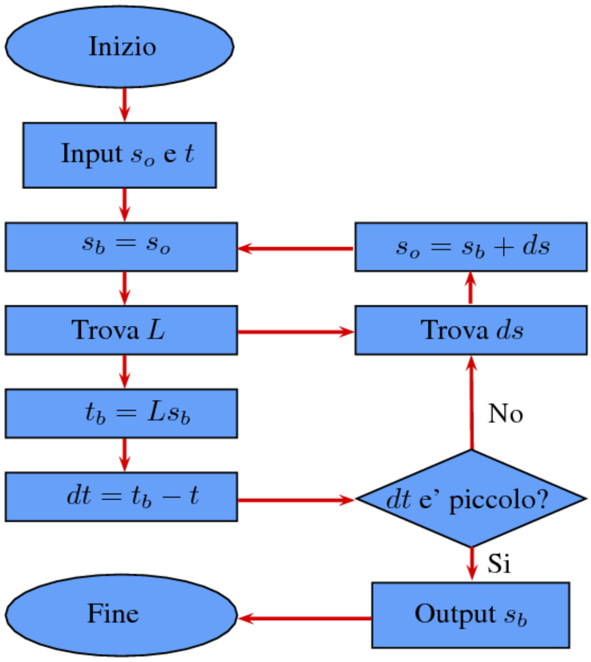


Figura 2.1: *Diagramma di flusso dell'algoritmo di Kaczmarz.*

ART

ART (*Algebraic Reconstruction Technique*) è un algoritmo che procede stimando inizialmente una soluzione a tutti i parametri. Da questa stima viene calcolato il tempo di tragitto del primo raggio da cui viene ricavato l'errore, ovvero la differenza tra questo tempo di tragitto calcolato e quello osservato. La stima viene poi corretta con una quantità (più piccola possibile, utilizzando il metodo dei minimi quadrati) al fine di ottenere una soluzione della prima riga della matrice tomografica. Questa nuova soluzione è passata alla seconda equazione, dove ancora una volta viene corretta al fine di renderla una soluzione della seconda equazione. Per far chiarezza sull'algoritmo riproponiamo più schematicamente i precedenti passaggi:

1. scelta di un modello iniziale (solo alla prima iterazione) e calcolo del *traveltime* dell'i-esimo raggio.
$$t_c^i = L_j^i s_{j\,o}$$
dove $s_{j\,o}$ è il modello di lentezza iniziale (per la prima iterazione) o derivante dall'iterazione precedente, t_c^i è il tempo d'arrivo predetto dal nostro modello, L_j è la matrice tomografica in cui gli indici i e j sono rispettivamente il numero di raggi e il numero di celle. E' importante notare che ART traccia un solo raggio alla volta.

2. il tempo d'arrivo calcolato viene sottratto da quello osservato a partire dai dati per ottenere i residui temporali $\Delta t = t_c^i - t_o^i$ e da questi la correzione da apportare al modello iniziale (d_j^i segmento del raggio i-esimo nel pixel j-esimo):

$$\Delta s_j^i = \frac{\Delta t^i d_j^i}{\sum_{j=1}^{M} \left(d_j^i\right)^2} \tag{2.7}$$

3. applicazione a tutte le celle della correzione trovata per il raggio i.

Come si può notare questa procedura è basata totalmente sull'algoritmo di Kaczmarz: si decide un modello iniziale, tramite la 2.1 si calcola il *forward problem*, si confrontano dati calcolati e dati reali, si migliora il modello iniziale tramite reiterate correzioni fino a minimizzare la differenza tra dati osservati e dati calcolati. Otteniamo cosi una stima finale del modello che vogliamo ricostruire, non possiamo però essere certi che questa ricostruzione riproduca fedelmente la realtà: la soluzione trovata infatti potrebbe non essere unica, quindi il modello trovato dall'inversione potrebbe essere solo uno dei tanti set di parametri che soddisfano i dati osservati. Riconoscere ed eliminare questo tipo di problemi è di fondamentale importanza per chi utilizza tecniche di inversione, vedremo nella parte 4 come agisce il software di elaborazione dati che abbiamo utilizzato.

Un esempio grafico che permette di illustrare la procedura risolutiva di ART è riportato in figura 2.2 nella quale si sta cercando di trovare il punto di intersezione di due rette (equazioni). Si decide un punto p_0, che viene considerato essere la soluzione, si traccia ora un segmento passante per quel punto e perpendicolare alla retta più vicina. L'intersezione p_1 del segmento e della retta viene ora considerato come la stima aggiornata dell'intersezione da trovare. Ora un secondo segmento viene tracciato dal punto p_1 all'altra retta trovando un altra stima dell'intersezione nel punto p_2, la procedura viene reiterata finché la distanza del punto p_n non è sufficientemente piccola (tendente a zero), allora si ritiene di aver trovato l'intersezione tra le rette date.

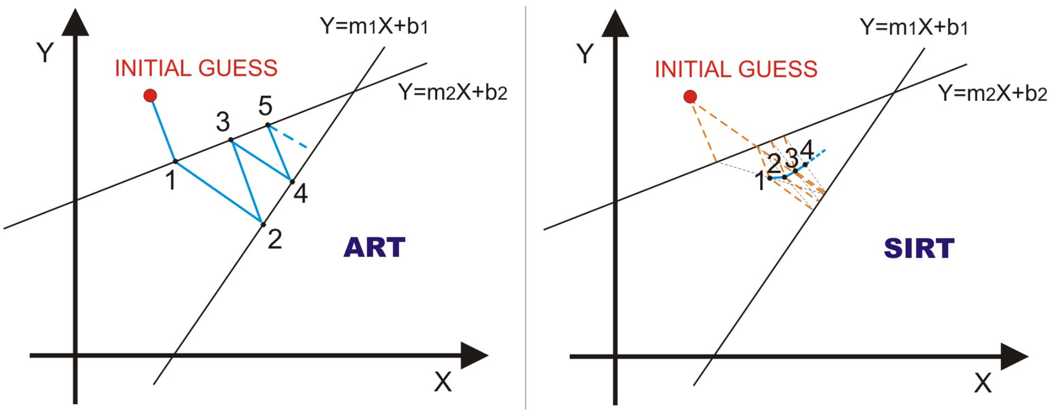


Figura 2.2: *Rappresentazione grafica del comportamento dei due metodi nel caso di ricerca dell'intersezione tra due rette (distanza minima tra le rette partendo da un punto qualsiasi). A sinistra l'ART è più rapido nella convergenza ma da soluzioni più oscillanti; mentre a destra il SIRT è più lento ma ha soluzioni più lisce. [12]*

SIRT

Nella risoluzione di un sistema con il metodo ART, il modello viene aggiornato dopo la soluzione di ciascuna equazione. Usando il metodo SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*) la soluzione viene stimata nello stesso modo tramite la (2.7) ma viene aggiornata applicando le correzioni ottenute da tutte le equazioni (cioè da tutti i raggi) contemporaneamente. Una fatto importante da notare è che agli algoritmi basati su tecniche SIRT, siano adatti per essere calcolati in parallelo dal momento che ogni raggio o equazione possono essere trattati indipendente mente e simultaneamente. Programmi di analisi ed elaborazione dati come Cat3D hanno anche versioni adattate per il *parallel computing*. Come abbiamo fatto per ART, riportiamo uno schema che descrive la procedura operativa di SIRT:

1. scelta del modello iniziale e calcolo dei *traveltimes* per tutti i raggi.
2. mediazione delle correzioni Δs_j^i sulla base della densità dei raggi all'interno di ciascuna cella

$$\Delta s_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\Delta t^i d_j^i}{\sum_{j=1}^{M} \left(d_j^i\right)^2} \right) \tag{2.8}$$

3. correzione del modello iniziale usando le nuove correzioni mediate.

E' possibile ottenere la velocità di calcolo che caratterizza metodi come ART e SIRT grazie all'assenza di grosse matrici da invertire, e dalla semplicità dei calcoli che questi algoritmi richiedono. La presenza di celle non attraversate da alcun raggio non comporta problemi di stabilità per la soluzione, infatti in questi casi viene mantenuta la velocità iniziale.

Capitolo 3

Qualità dell'inversione

3.1 Risoluzione

Nel campo della tomografia sismica, la risoluzione è indice delle dimensioni minime che può avere un oggetto (un'anomalia), per essere ricostruito senza introdurre nell'immagine distorsioni dovute alla manipolazione numerica dei dati. In linea teorica possiamo considerare due tipi di risoluzione: verticale ed orizzontale. Per quanto riguarda la prima, che potremmo definire *risoluzione temporale*, il metro di giudizio è dato dalla lunghezza d'onda dominante

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

cioè dalla velocità dell'onda sismica, divisa per la frequenza dominante del segnale considerato. Una soglia che generalmente è ritenuta accettabile per la risoluzione verticale è $\lambda/4$, un quarto della lunghezza d'onda dominante. Questo è un criterio soggettivo, che dipende dal livello di rumore nei dati e che a volte si può rivelare troppo generoso, specialmente quando il coefficiente di riflessione è piccolo e non è distinguibile nei dati alcun evento riflesso. La risoluzione verticale può essere migliorata aumentando la frequenza dominante dei segnali registrati, ciò è ottenibile cercando di preservare le alte frequenze e di ridurre il rumore. Le frequenze di campionamento e i filtri *antialias* devono quindi essere adeguati al fine di registrare le frequenze desiderate. Gli array di ricevitori devono essere abbastanza piccoli da evitare significanti perdite di segnali ad alta frequenza, ma non troppo piccoli in quanto non sarebbero efficaci nel sopprimere rumore casuale ad alta frequenza [10]. Per quanto riguarda la risoluzione laterale, una buona misura per determinare le dimensioni minime ricostruibili è data dal raggio di Fresnel, che abbiamo già trattato nella sezione 1.2.
La risoluzione del campo di velocità che si otterrà dalla tomografia si traduce in sostanza nella scelta della griglia da utilizzare. Scelta che dipende principalmente da due fattori: la disposizione della geometria d'acquisizione ed il valore del raggio (o zona) di Fresnel calcolato sull'area d'indagine. Il primo si basa sulla posizione delle sorgenti e ricevitori e sulla densità dei raggi generati; mentre il secondo definisce la risoluzione laterale generata dall'onda sismica e dipende dalla distanza, dalla velocità e dalla frequenza dominante del segnale utilizzato. Entrambi i criteri vengono definiti utilizzando una griglia iniziale regolare sulla quale viene calcolato un semplice tracciamento rettilineo dei raggi; per ogni cella (pixel) della griglia viene così calcolato sia il numero di raggi presenti all'interno della singola cella sia il valore associato del raggio di Fresnel, che identifica così, la minima dimensione di un oggetto risolvibile dal tipo d'onda utilizzato per questa inversione, in quella posizione dell'area indagata. In questo modo si ottiene una mappa della densità dei raggi e dei valori delle minime dimensioni consentite delle celle sulle quale si definirà la griglia ottimale per l'inversione.

3.2 Attendibilità

L'attendibilità può essere misurata in due fasi. La prima riguarda l'attendibilità del sistema tomografico (modello + disposizione dei raggi), la seconda invece riguarda la stima dell'errore attraverso l'analisi dei risultati. L'attendibilità del sistema tomografico può essere calcolata in diversi modi: dai più semplici e veloci, ma meno affidabili, come la copertura angolare o la densità dei raggi, fino a metodi più complessi e costosi dal punto di vista computazionale, ma più corretti, come la mappa dello spazio nullo. Inoltre a questo scopo si può anche effettuare un'analisi dei residui dei tempi, con le relative misure statistiche (rms, varianza, *skewness*[1] e chi quadro), oppure il *misfit* dei modelli (adatto per casi sintetici).

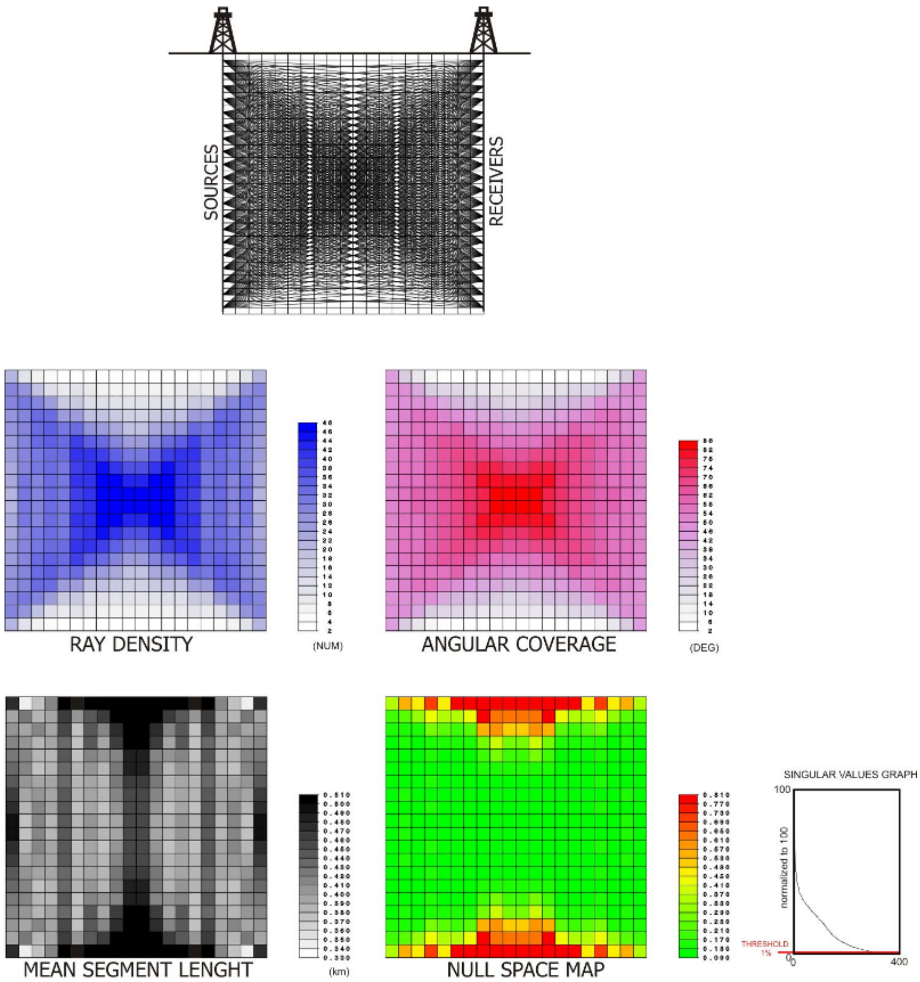


Figura 3.1: *Esempio di acquisizione cross-hole in cui vengono calcolati separatamente su una griglia quadrangolare regolare gli indicatori di attendibilità descritti in questa sezione. In questo caso l'acquisizione è di tipo regolare e simmetrica rispetto al centro del modello. Tutti e quattro gli indicatori danno delle informazioni molto simili, nelle quali le zone considerate buone praticamente coincidono. La mappa dello spazio nullo è stata calcolata considerando una soglia dei valori singolari posta a 1% rispetto al massimo valore singolare (grafico a destra in basso). La scala dei valori va sempre da 0 a 1, considerando il valore 0 come attendibilità ed il valore 1 come attendibilità nulla.*

[1]**Skewness:** in statistica è una misura dell'asimmetria di una distribuzione di probabilità di una variabile casuale a valori reali.

3.2.1 Densità dei raggi

La densità dei raggi (*ray density*), cioè il numero di raggi che attraversano un pixel, è il più popolare ed intuitivo indicatore dell'attendibilità locale: maggiore è il numero di raggi per pixel, migliore sarà l'attendibilità della soluzione trovata. Questo però può essere non vero in alcuni casi particolari, ma non rari, come ad esempio un fascio di raggi quasi paralleli tra loro su una griglia con pixel disposti in direzione perpendicolare; con questo sistema che ha una bassa attendibilità (presenza di uno spazio nullo alto) a causa della dipendenza lineare dei segmenti costituenti i raggi, le soluzioni tomografiche sono praticamente infinite perchè i percorsi dei raggi all'interno dei pixel sono proporzionali tra loro (fig.3.2).

3.2.2 Varianza delle lunghezze

Al posto del semplice numero dei raggi può essere usata la varianza delle lunghezze (o anche i rapporto delle lunghezze) dei singoli segmenti che attraversano ciascun pixel; anche questo indicatore, nasconde delle false attendibilità positive come la densità dei raggi, ma in più tiene conto della differenza di lunghezza dei segmenti all'interno del pixel. La presenza di segmenti di lunghezza molto diversa tra loro (tra cui anche segmenti cortissimi) dà un'attendibilità più bassa rispetto allo stesso numero di segmenti ma con lunghezze simili tra loro.

3.2.3 Copertura angolare

Un altro indicatore dell'attendibilità molto usato è la copertura angolare dei raggi, calcolata come differenza tra l'angolo minimo e massimo dei singoli segmenti dei raggi che attraversano ciascun pixel. Questa misura esprime abbastanza bene l'attendibilità della soluzione tomografica: maggiore è il valore di quest'angolo, maggiore sarà l'attendibilità. Anche in questo caso ci potranno però essere delle soluzioni non corrette, inoltre questo indicatore non tiene conto delle diverse lunghezze dei segmenti dei raggi.

3.2.4 Spazio nullo

Come abbiamo già accennato, quello tomografico è un tipo di problema inverso che può avere soluzione non unica. Si pone quindi il problema di analizzare l'affidabilità della soluzione ottenuta in ogni regione del nostro modello. Una "mappa" dell'indeterminatezza del nostro problema ci viene fornita dall'analisi dello spazio nullo. Non sempre è possibile eliminarlo, però alcuni accorgimenti possono permetterci di ridurlo significativamente.
La matrice tomografica $\mathbf{L}$ come abbiamo già detto non è invertibile per due motivi: non è quadrata e molto spesso è singolare. Il primo problema potrebbe essere risolto definendo una geometria di acquisizione con un numero di celle uguale al numero dei raggi e supponendo quindi di ottenere una soluzione particolare $\mathbf{S}_p$ della 2.1. Tale soluzione è unica se e soltanto se $det(\mathbf{L}) \neq 0$, altrimenti nel caso in cui $\mathbf{L}$ sia singolare allora quella trovata è solo una delle infinite possibili soluzioni del problema.
Sia ora $\mathbf{s}_0$ un vettore tale che:

$$\mathbf{L}\mathbf{s}_0 = 0$$

allora

$$\mathbf{L}\left(\mathbf{s}_0 + \mathbf{s}_p\right) = \mathbf{L}\mathbf{s}_p + \mathbf{L}\mathbf{s}_0 = \mathbf{t} = 0 \tag{3.1}$$

secondo la (3.1) quindi anche $(\mathbf{s}_0 + \mathbf{s}_p)$ è soluzione del sistema. Lo spazio nullo è l'insieme dei vettori che aggiunti ad una soluzione particolare, costituiscono anch'essi una soluzione. Questi vettori sono modifiche al modello che non alterano il suo adattarsi ai dati sperimentali, ciò impedisce la scelta di un modello rispetto a un altro e quindi la determinazione di una soluzione unica. L'esistenza dello spazio nullo è dovuta alla singolarità della matrice $\mathbf{L}$, quindi nella tomografia su dati reali è spesso presente.

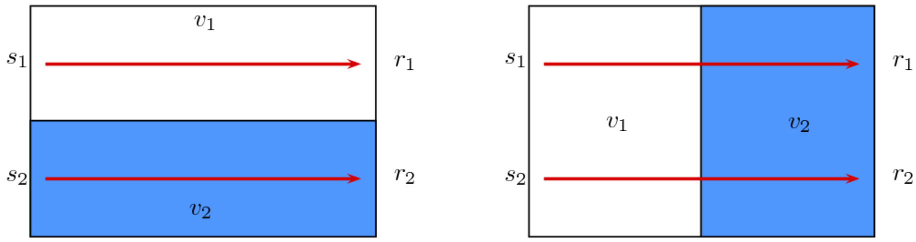


Figura 3.2: *Problema tomografico a due celle e due raggi. a) caso risolvibile univocamente; b) caso con infinite soluzioni.*

Supponiamo di avere un modello quadrato di lato 2 diviso orizzontalmente in due celle rettangolari con dimensioni uguali e velocità omogenee v_1 e v_2 (fig.3.2). Consideriamo due sorgenti (s_1, s_2) e due ricevitori (r_1, r_2) ed uniamo con due raggi s_1 ad r_1, s_2 ad r_2. Misuriamo i tempi d'arrivo (t_1, t_2) per ogni raggio ed impostiamo in forma matriciale il sistema (2.1). Nell'esempio consideriamo un numero di raggi uguale al numero di celle ma il ragionamento sarebbe valido anche con un numero di raggi superiore.
a)

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}$$

Notiamo che $det(\mathbf{L}) \neq 0$, quindi non esiterà lo spazio nullo in questo caso e potremo ricavare la soluzione (s_1, s_2) in modo univoco (figura 3.2a).
b)

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}$$

In questo caso $det(\mathbf{L}) = 0$, per cui l'inversione non è possibile. Siamo quindi in presenza di uno spazio nullo che può essere visualizzato cambiando i parametri del modello nel modo seguente:

$$m_1 = \frac{s_1 + s_2}{2} \quad \textit{velocità media} \qquad\qquad m_2 = \frac{s_1 - s_2}{2}$$

con questi nuovi parametri il sistema (2.1) diventa:

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$$

anche in questo nuovo sistema la matrice $\mathbf{L}$ non è invertibile, se consideriamo un vettore $\mathbf{k}^T = [0, n]$ (in cui n è un numero qualsiasi), è possibile vedere che

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \forall n \in \mathbb{R}$$

quindi $\mathbf{k}$ è un vettore appartenente allo spazio nullo. L'indeterminatezza è insita nel secondo parametro, qualsiasi valore si assegni a m_2 andrà sempre bene. Analizzando lo spazio nullo è possibile quindi capire dov'è situata l'indeterminatezza del problema e in questo modo si può intervenire per ridurla. Lo spazio nullo è causato principalmente da celle che non sono attraversate da alcun raggio, oppure dalla dipendenza lineare tra due raggi che quindi portano informazioni uguali. Nell'esempio precedente il sistema non è univocamente risolvibile nonostante il numero di celle e di raggi sia uguale. Ciò è dovuto al fatto che i due raggi sono linearmente dipendenti, forniscono quindi la stessa informazione nella matrice tomografica, come se fossero un unico raggio. Nel caso in cui i raggi non attraversino nessuna cella, la corrispondente colonna della matrice $\mathbf{L}$ sarà composta da zeri, rendendola non invertibile. Resta da notare che anche in presenza di un problema sovradeterminato, non è detto che sia possibile ottenere una soluzione unica. Se nel secondo dei casi considerati precedentemente (figura 3.2) avessimo avuto più di dure raggi diretti orizzontalmente, non sarebbe comunque stato possibile ottenere una soluzione univoca per il secondo parametro del modello. Ciò accade perché in una configurazione del genere i raggi sarebbero linearmente dipendenti e quindi non utilizzabili. Diverso sarebbe stato invece il caso in cui avessimo calcolato i tempi d'arrivo per i raggi diagonali (che uniscono s_1 a r_2 ed s_2 a r_1), in tal caso avremmo avuto una coppia di raggi linearmente indipendente, eliminando cosi lo spazio nullo. Da ciò possiamo capire che l'affidabilità di un modello di velocità dipenda direttamente dalla copertura angolare, ma questa non è certo l'unico parametro che concorre a determinare la bontà di un'inversione.

Mappa e riduzione dello spazio nullo

Un compito fondamentale nell'analisi di dati tomografici è la riduzione dello spazio nullo. Mostreremo in questa sezione come si può raggiungere tale obiettivo intervenendo nei rapporti raggi-griglia e utilizzando griglie sfalsate o irregolari, la cui forma e dimensioni dipenderanno dalla geometria dei raggi tracciati e dalla risoluzione locale che si vuole ottenere. Uno strumento molto importante per stabilire l'affidabilità delle varie regioni del modello è mappa dello spazio nullo, che si ottiene dalla scomposizione a valori singolari, la quale è stata definita nella sezione 2.1.2. Nelle colonne di $\mathbf{V}$ della (2.5) corrispondenti agli autovalori di $\mathbf{\Lambda}$ più piccoli troviamo la "mappa" di cui abbiamo bisogno. Definiamo in vettore "mappa" $\mathbf{m}$ [1]:

$$\mathbf{m} = \sum_j \mathbf{V}_{ij}^2 \tag{3.2}$$

Siccome $\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}$ i massimi valori di m_j saranno uguali a uno e corrispondono alle celle con il massimo grado di indeterminatezza. Il vettore $\mathbf{m}$ indica quindi dove bisogna intervenire nel modello per ridurre lo spazio nullo; procederemo quindi per decidere se spostare i margini di una cella oppure unire celle adiacenti. Conglobando più celle possiamo ottenere un'informazione più affidabile da uno stesso numero di raggi, però per contro potremmo ottenere una risoluzione più bassa. Volendo aumentare la risoluzione locale di un'area del modello, oppure avendo necessità di rendere linearmente indipendenti due è più raggi, è possibile separare due celle e spostarne i margini. E' però da notare che la separazione di due celle è consentita solo qualora i dati supportino la nuova geometria del modello: sarebbe infatti inutile separare due celle con una scarsa copertura, in questo caso infatti non si otterrebbe un aumento della risoluzione, ma un incremento dello spazio nullo. In questo approccio la riduzione dello spazio nullo si ottiene con l'ottimizzazione della griglia utilizzata rispetto alla geometria dei raggi disponibile.

Concludendo, possiamo affermare che lo spazio nullo è generato a causa di un errato accoppiamento tra geometria di acquisizione e discretizzazione del modello. Una volta effettuata l'acquisizione dei dati sperimentali non è più possibile intervenire sulla geometria dei raggi, ma è sempre possibile adattare la discretizzazione del modello usando celle irregolari e di varie dimensioni.

3.2.5 Analisi dei residui

Un altro criterio che può essere usato per misurare l'attendibilità dell'inversione è l'analisi dei residui sui tempi, che si ottiene facendo la differenza tra i tempi osservati (ottenuti dal *picking*) ed i tempi calcolati sul modello tomografico finale. Questi valori possono essere rappresentati graficamente in diversi modi. Tra questi il più comune è il grafico della distribuzione dei residui dei tempi, in cui tutti i residui vengono divisi per classi tra il residuo minimo e massimo e rappresentati con una curva in funzione del numero di dati appartenenti alle singole classi (fig4.8). Associato a questo grafico viene anche calcolato il valore rms (*root mean square*) di tutti i residui. In genere questa curva assume una forma a campana centrata sul valore di residuo zero; più stretta sarà la campana minore sarà il valore rms dei residui e quindi maggiore l'attendibilità dell'inversione. Un altro grafico può essere creato riportando i residui associati ad ogni coppia sorgente-ricevitore attraverso una scala colori definita tra il residuo minimo e massimo. In questo modo possiamo individuare eventuali sorgenti o geofoni difettosi oppure intervalli di offset poco attendibili, come ad esempio gli offset troppo piccoli, che sono maggiormente sensibili agli errori di picking (fig.6.15). Come ulteriore verifica spaziale dei residui si può creare la mappa dei residui distribuiti sui pixel. Per ogni pixel viene infatti calcolato un valore medio dei tempi residui di tutti i raggi passanti per il medesimo pixel, pesati sulla lunghezza dei segmenti di raggio che attraversa il pixel stesso. Si possono così individuare singoli pixel oppure gruppi di pixel vicini attraversati da raggi caratterizzati da alti residui e quindi poco attendibili per la velocità ottenuta dall'inversione(fig.6.16). Nel caso di esempi sintetici invece si può calcolare il *misfit* su velocità ed interfacce, cioè le differenze tra il modello vero e quello ottenuto dall'inversione, sia per quanto riguarda i valori di velocità sia per la posizione delle interfacce, nel caso di tomografia a riflessione e/o rifrazione.

3.3 Sensibilità ed errore

Sensibilità

Nell'algoritmo di inversione tomografica si può anche stimare la sensibilità del risultato rispetto alle variazioni tempi-velocità-profondità. Si può calcolare ad esempio quanto varia la velocità tomografica rispetto ad una variazione (o errore) di 10 ms del picking; oppure, di quanto può variare la stima della profondità di un'interfaccia da un errore di 100 m/s sulle velocità ottenute dalla tomografia. Questi valori si possono ottenere dallo stesso tracciamento di raggi usato per l'inversione utilizzando semplicemente la formula che lega spazio-tempo-velocità ($s = vt$).

Errore

Questa parte include i vari tipi di errori che si possono determinare durante tutto il processo dell'inversione tomografica, dal picking al risultato finale e che dipendono principalmente dal fattore umano.
Tali errori si possono classificare in:

- **Errori dovuti al picking**, legati cioè alla fase di interpretazione degli eventi da invertire. Ad esempio, si può associare un evento riflesso con un'onda rifratta oppure confondere un arrivo diretto con un evento rifratto; o ancora possiamo interpretare uno stesso evento riflesso appartenente invece ad orizzonti diversi. Inoltre in condizioni di basso rapporto segnale/rumore possiamo sbagliare nell'identificare la corretta continuità dell'orizzonte che si sta seguendo.

- **Errori di elaborazione del dato**, che riguardano per lo più la scelta del software e dei parametri di elaborazione. In questa fase è molto importante scegliere correttamente i parametri più adatti, come ad esempio i vincoli sulle velocità, il modello iniziale di velocità, la griglia iniziale dei pixel oppure il numero di iterazioni tomografiche, se si utilizzano algoritmi iterativi. In generale succederà che se diamo a due diversi operatori gli stessi dati da invertire otterremo quasi sicuramente due risultati di inversione diversi.

- **Errori di posizionamento** delle sorgenti e dei ricevitori. In qualche caso si possono riportare non correttamente le posizioni delle sorgenti e dei ricevitori dalle tabelle di campagna.

- **Errori sul tempo zero**, legati essenzialmente al malfunzionamento strumentale del trigger.

Capitolo 4

Aspetti applicativi dell'inversione tomografica

L'analisi di dati sismici, l'elaborazione di modelli sintetici e tutti i risultati presentati in questa tesi sono stati ottenuti utilizzando Cat3D [1], un software sviluppato presso l'OGS su codici sorgente in *Fortran*. Cat3D è un programma di inversione tomografica tridimensionale, che è in grado di fornire anche gli strumenti per l'analisi sull'affidabilità dei risultati ottenuti. Nell'ambiente di lavoro di Cat3D è possibile effettuare inversioni tomografiche in trasmissione, riflessione e rifrazione con diversi algoritmi, è possibile inoltre creare i modelli iniziali, effettuare il tracciamento dei raggi (secondo il principio di Fermat) ed effettuare analisi su spazio nullo, raggio di Fresnel, SVD, confronti tra modelli e vari altri strumenti utili all'analisi di dati sismici. In questo capitolo descriveremo le potenzialità ed i metodi di analisi messi a disposizione da Cat3D , anche se non tutti sono stati utilizzati per ottenere i risultati esposti in questa tesi.

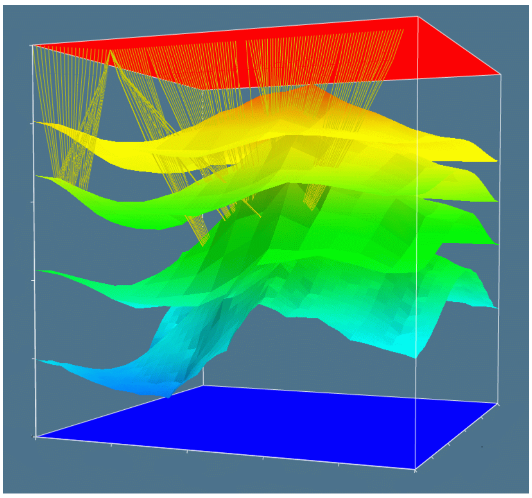


Figura 4.1: *Esempio di modello multistrato con tracciamento di raggi riflessi su un'interfaccia.*

[1]La versione utilizzata per i risultati mostrati in questo lavoro è la 5. E' stato anche fatto uso della versione 4.2 .

4.1 Modello

Il modello che è possibile utilizzare è tridimensionale ed è costituito da due macro-elementi: gli strati (*layers*) che definiscono il campo di velocità (fig. 4.2 b) e gli orizzonti o interfacce (*horizons o interfaces*) (fig. 4.2 a).All'interno di ogni strato il mezzo è diviso in blocchi (*pixel* nel caso 2D o *voxel* per i modelli 3D) nei quali la velocità viene considerata omogenea e isotropa. Nel modello completo questi due macro-elementi vengono uniti insieme, numerando in ordine crescente gli strati e le interfacce, così che ciascuno strato venga inserito tra le due interfacce corrispondenti (fig. 4.2 c). La rappresentazione di interfacce e strati è definita da una griglia (regolare e non) rispettivamente di poligoni convessi e di triangoli. Dimensioni e forma delle due griglie sono totalmente indipendenti e non necessariamente coincidono. Le interfacce rappresentano le discontinuità strutturali del modello e si collocano tra i diversi strati, ciascuno dei quali definisce il campo di velocità con le relative variazioni. Discretizzando il mezzo in questo modo è possibile gestire separatamente l'inversione di velocità degli strati e la stima di profondità delle interfacce.

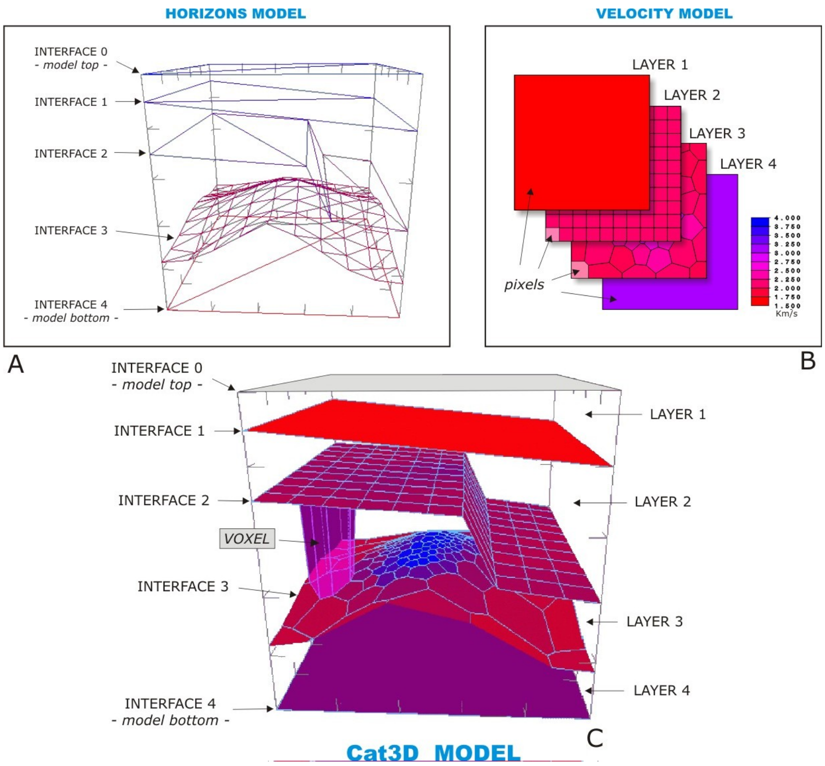


Figura 4.2: *Esempio di modello multistrato tridimensionale gestito da Cat3D*

4.2 Modello Diretto: calcolo dei tempi d'arrivo e tracciamento dei raggi

La tomografia dei tempi di arrivo richiede di calcolare il tempo d'arrivo di un'onda lungo un percorso tra un punto e l'altro all'interno del modello. Il calcolo del percorso dei raggi segue il principio del tempo minimo attraverso un algoritmo iterativo che utilizza una soluzione analitica della legge di Snell.
Cat3D può lavorare analizzando diversi tipi di onde sismiche:

Trasmesse: a questo tipo di onde viene associato un percorso dei raggi diretto tra sorgente e ricevitore, ad esempio nelle acquisizioni da pozzo a pozzo (*cross-hole*),da pozzo a superficie (*VSP* - *RVSP*), nelle acquisizioni in galleria o, come nel caso dei tumuli in esame, in presenza di un rilievo topografico del terreno.

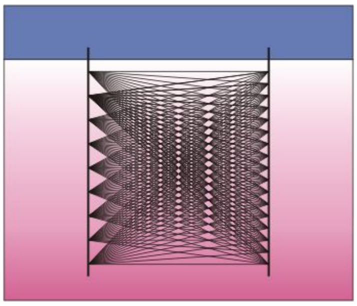
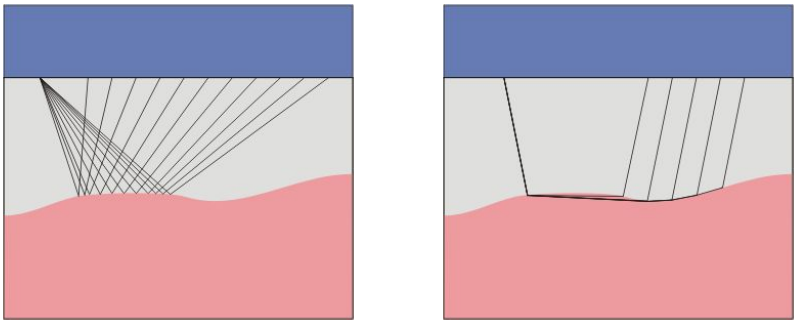


Figura 4.3: *Esempi di percorso di raggi associati ad onde trasmesse.*

Riflesse e Rifratte: in questo caso il percorso dei raggi tocca la superficie associata con un punto di riflessione (riflesse) oppure ha una parte del raggio che viaggia sulla superficie associata (rifratte).



(a) *Raggi riflessi* **(b)** *Raggi rifratti*

Figura 4.4: *Percorsi di raggi associati alle onde riflesse e rifratte da un orizzonte.*

Diving: Sono onde che seguono un percorso dal raggio curvilineo simile ad un arco di cerchio e determinate da un gradiente di velocità degli strati sotto la superficie, positivo verso il basso.

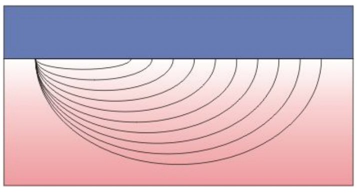


Figura 4.5: *Percorso di raggi associati alle onde di tipo diving.*

L'algoritmo utilizzato per calcolare il percorso a tempo minimo tra sorgente e ricevitore utilizza una procedura iterativa che lavora su singole triplette di punti che rappresentano le intersezioni del raggio con la griglia di velocità. Si parte dalla prima ipotesi che, nel caso di un'onda trasmessa diretta, è rappresentata da un segmento rettilineo congiungente la sorgente con il ricevitore (fig. 4.6 initial guess). Partendo dalla sorgente (o dal ricevitore) si prende in considerazione la prima terna di punti di intersezione del segmento segmento rettilineo appena ricostruito (A-B-C di fig. 4.6 FIRST STEP) e si applica quindi la legge di Snell considerando le velocità delle due celle adiacenti attraversate dal raggio. In questo modo viene fatta variare la posizione del punto intermedio lungo il confine della cella. Questa procedura viene iterata su tutte le intersezioni del segmento di raggio sia che esse siano punti appartenenti a lati di pixels sia che esse siano intersezioni con superfici appartenenti ad orizzonti (cosa che accade per i raggi riflessi).

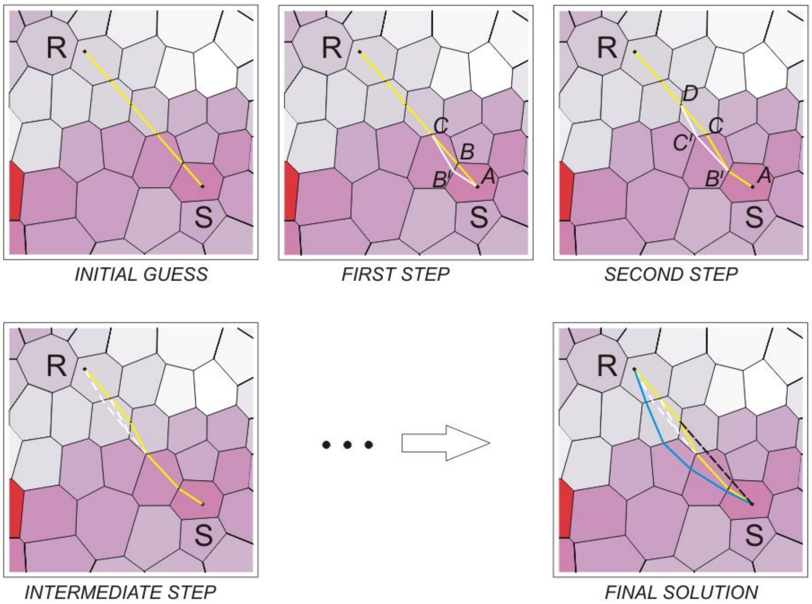


Figura 4.6

Per ogni tipo di onda viene definito un percorso iniziale del raggio, da cui poi partire per il procedimento iterativo e costruire il percorso curvo seguendo le variazioni di velocità. Nel caso delle onde dirette, come abbiamo appena visto, questo percorso iniziale è rappresentato da un segmento rettilineo che congiunge la sorgente con il ricevitore. Per le onde riflesse, tale percorso è invece definito da due punti rettilinei; il primo congiungente la sorgente e la proiezione del punto medio tra sorgente e ricevitore sull'interfaccia della riflessione, il secondo congiungente quest'ultimo punto con il ricevitore. Per le onde rifratte (o *head waves*) il percorso iniziale è definito in maniera più complessa. Si calcolano le velocità nei punti di proiezione della sorgente e del ricevitore sull'orizzonte considerato per la rifrazione, poi viene fatta la media tra le due velocità dello strato sopra e delle due velocità dello strato sotto; su queste due medie si calcola quindi l'angolo di incidenza di un raggio rifratto su un'ipotetica interfaccia piana seguendo la legge di Snell. Nelle onde di tipo *diving* il percorso iniziale è definito da un arco di cerchio, rappresentato in maniera discreta da una decina di segmenti rettilinei.

4.3 Modello inverso: tomografia dei tempi d'arrivo

L'inversione dei tempi di arrivo dà come risultato la stima del campo di velocità sulla zona attraversata dai corrispondenti raggi. Come già descritto, i tipi di onde che si possono usare sono: trasmesse, riflesse, rifratte e *diving*. In tutti questi casi il programma può utilizzare i rispettivi tempi d'arrivo nell'inversione separatamente oppure anche congiuntamente con qualsiasi tipo di combinazione.

Gli arrivi più facili da invertire sono quelli da onde trasmesse, che forniscono anche la maggior precisione di risultato. In generale gli arrivi da onde trasmesse danno i risultati più corretti sia perché risolvono solo il campo di velocità, sia perché hanno un percorso del raggio associato relativamente semplice da trattare. Nel caso degli arrivi riflessi e rifratti (tipo *head waves*) l'inversione deve invece stimare anche l'interfaccia associata ai tempi; la posizione in profondità dell'interfaccia infatti rappresenta all'interno dell'algoritmo stesso di inversione un'incognita in più da definire. Inoltre si può avere una maggiore complessità nel tracciamento dei raggi associati, specialmente per le onde rifratte. Per quanto riguarda le *diving*, pur non avendo interfacce da definire, possono considerarsi una via di mezzo in quanto sono più vincolate al campo di velocità iniziale ed hanno qualche difficoltà a risolvere le inversioni di velocità.

4.4 Stima delle velocità e delle interfacce

Velocità

Per la stima delle velocità attraverso l'inversione dei tempi di arrivo, Cat3D permette di usare diversi algoritmi:

- **ART**: *Algebraic Reconstruction Technique*;
- **SIRT**: *SImultaneous Reconstruction Tecnique*;
- **ART+SIRT**: Algoritmo misto, ogni 5 iterazioni SIRT, viene effettuata un'inversione con ART;
- **Weighted SIRT**: Versione del SIRT con un preso in funzione della precedente iterazione;
- **Backprojection**

La differenza fondamentale tra le due tecniche maggiormente utilizzate (ART e SIRT) sta nel tipo di convergenza che si ottiene: più rapida ma con maggior contrasto sui valori quella dell'ART, più lenta ma con soluzione più regolari quella del SIRT. Nella prima infatti per ogni raggio considerato vengono aggiornate subito le velocità dei pixels attraversati, che saranno poi utilizzate per i raggi successivi; nella seconda la velocità di ciascun pixel viene aggiornata alla fine di ogni iterazione, dopo aver utilizzato tutti i raggi, come media di tutti i singoli valori di velocità calcolati per ogni raggio pasante per il pixel stesso. Per questo motivo inoltre l'ART può considerarsi "non simmetrico", in quanto la soluzione finale dipende dalla successione dei tempi di arrivo che vengono letti e utilizzati nell'inversione; per il SIRT invece l'ordine con cui si considerano i raggi non influisce sul risultato. E' possibile utilizzare anche una sequenza iterativa con tecnica mista, questo tipo di procedura può essere utile per "scuotere" il SIRT nel caso in cui quest'ultimo stenti ad arrivare alla convergenza.

Interfacce

Il metodo usato per la stima delle interfacce si basa sul principio di minima dispersione dei punti di riflessione degli arrivi riflessi (e rifratti) associati alle interfacce da risolvere[11]. Dopo aver estratto dai dati i tempi d'arrivo riflessi dell'interfaccia da stimare (fase di *picking*), si definisce una superficie piana orizzontale come ipotesi iniziale per l'interfaccia da risolvere. Su questa superficie, e con il campo di velocità iniziale (anch'esso ritenuto omogeneo), si tracciano i raggi e si calcola la prima stima del campo di velocità dello strato soprastante.

Con la velocità ottenuta si trasforma il residuo dei tempi (differenza tra tempo osservato e tempo calcolato con il modello attuale) in residuo in profondità (dz in fig. 4.7), per ciascun evento riflesso considerato. Tale residuo viene quindi applicato su ciascuna coordinata z di profondità dei punti di riflessione ottenuti dal *ray tracing*.

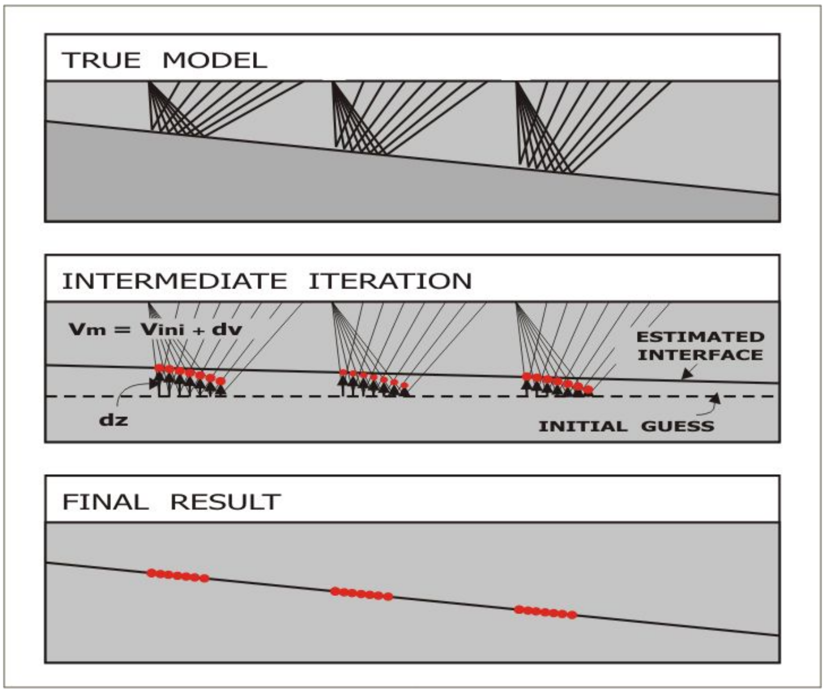


Figura 4.7: *Schema della procedura usata nel metodo di minima dispersione dei punti di riflessione per la stima delle interfacce.*

Attraverso un interpolatore detto *spline*, viene costruita una nuova interfaccia passante per i punti di riflessione associati ai piccoli offset, che rappresenta la nuova stima dell'interfaccia che si sta analizzando. Il nuovo modello viene nuovamente analizzato e la procedura reiterata fino a che i residui non raggiungono un valore ritenuto accettabile ottenendo così il modello di velocità e la profondità finale dell'interfaccia. Nel caso di interfacce multiple, si procede risolvendo per prima l'interfaccia più superficiale con procedimento analogo a quello appena descritto, poi vengono vincolati i valori di velocità del primo strato, e si passa a risolvere tutte le altre interfacce in sequenza dall'alto verso il basso (processo denominato *"layer stripping"*).

4.5 Stima dell'errore

Nella tomografia dei tempi d'arrivo non è dato stimare con precisione una quantità assoluta di errore sia per quanto riguarda il campo di velocità ottenuto, sia per le profondità e forme delle interfacce stimate (queste ultime nel caso di tomografia a riflessione e rifrazione). Nel calcolo dell'inversione, concorre infatti un numero troppo grande e non quantificabile di variabili che possono influenzare l'errore, come abbiamo già discusso nella sezione 3.3. Il programma Cat3D è fornito di una serie di pannelli di controllo (*QC panels*) volti a fornire gli strumenti necessari per controllare la qualità dell'inversione oltre che a calcolare alcuni parametri statistici. Ognuno di essi riguarda una parte dell'inversione separatamente, come ad esempio la distribuzione dei residui nel tempo, il calcolo della copertura dei raggi, la mappa dello spazio nullo calcolata sull'intero modello, ed altri. Tali pannelli vengono raggruppati per le differenti quantità in gioco: i tempi, le velocità e le interfacce.

4.5.1 Tempi

Per quanto riguarda i tempi è possibile utilizzare il pannello dei residui "Time Residuals", in cui vengono calcolati i tempi residui $\mathbf{t}_r = \mathbf{t}_c - \mathbf{t}_o$ come differenza tra i tempi calcolati dal modello tomografico finale e i tempi osservati (*picking* dei dati). Tali valori, che possono essere calcolati anche come percentuale rispetto al tempo osservato corrispondente ($\mathbf{t}_r\% = (\mathbf{t}_c - \mathbf{t}_o)/\mathbf{t}_o$), vengono suddivisi in classi e poi rappresentati con un grafico (fig. 4.8). Il numero delle classi può essere definito automaticamente oppure può essere scelto dall'utente.

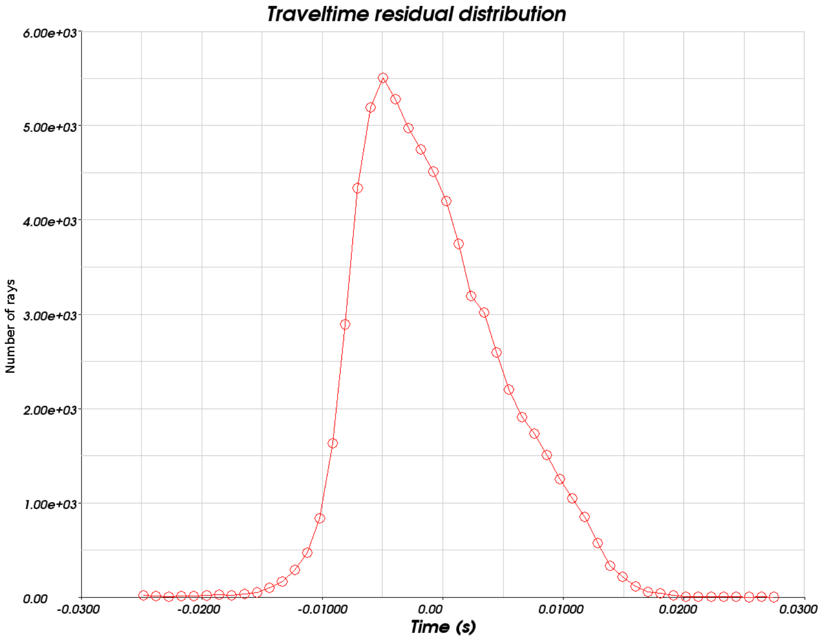


Figura 4.8: *Esempio di un grafico creato dal pannello "Time Residuals" in cui sono rappresentati i residui temporali suddivisi in 51 classi per tutti raggi*

Tramite il calcolo dei residui è possibile eliminare dall'inversione i tempi d'arrivo che superano una certa soglia di residuo (positivo o negativo) scelta dall'utente. Ad esempio valutando il grafico di fig. 4.8 si può decidere di eliminare tutti i records relativi a residui superiori a $15ms$ ed inferiori a $-10ms$. Ciò in genere viene fatto nelle prime prove di inversione per eliminare eventuali errori di picking oppure errori di tracciamento dei raggi. Con l'opzione "Compute residual map" è possibile anche distribuire questi residui all'interno del modello. Per ogni pixel viene infatti calcolato un valore medio dei tempi residui (anche in valore assoluto) di tutti i raggi passanti per il medesimo pixel, pesati sulla lunghezza dei segmenti di raggio che attraversa il pixel stesso. Con la stessa opzione si può anche creare una mappa delle "velocità residue" calcolate come media delle differenze tra velocità riferita al tempo calcolato e la velocità riferita al tempo osservato. Alla fine della tomografia vengono calcolati e scritti su due files di output, alcuni valori statistici legati ai residui dei tempi (valore medio, valore rms, media dei residui in percentuale, deviazione standard, deviazione della media, varianza e skewness).

4.5.2 Velocità

Per quanto riguarda le velocità associate ai pixel, oltre a produrre la mappa delle "velocità residue", si possono calcolare le differenze dei valori tra due modelli ci velocità diversi: ad esempio nei casi di test con modelli sintetici, tra il modello vero e quello ottenuto dall'inversione finale, oppure tra due modelli ottenuti con differenti parametri tomografici, o ancora da tomografie intermedie. Un'altra possibilità è quella di stimare l'errore delle velocità sulla base di un errore stimato in fare di *picking*. Tale errore di tempo, letto dal file dei tempi di arrivo, viene distribuito sui pixels attraversati dal raggio corrispondente e trasformato in velocità Per ciascun pixel viene poi calcolato il valore medio delle velocità così ottenute che rappresenta l'errore in velocità causato dall'errore in tempi causato in fase di *picking*.

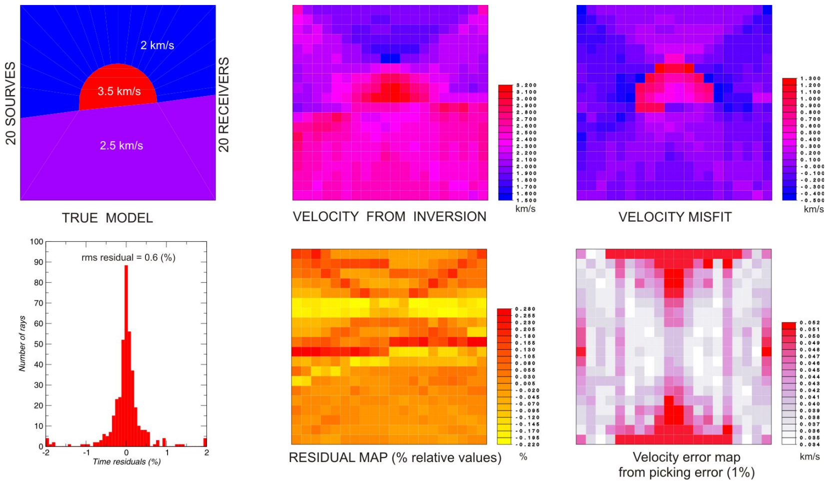


Figura 4.9: *Esempio sintetico tipo cross-hole con alcune rappresentazioni della stima dell'errore sui tempi e sulle velocità*

4.6 Griglie irregolari e adattative

Come abbiamo detto nella sezione precedente, la scelta della quantità e della forma delle celle è di fondamentale importanza nell'ottimizzazione dei dati tomografici. Questa scelta va operata tenendo conto di numerosi fattori:

- minimizzazione dello spazio nullo
- geologia dell'area da esplorare
- obiettivo
- geometria di acquisizione
- parametri fisici delle rocce considerate.

Avendo come parametro fondamentale la minimizzazione dello spazio nullo al fine di ottenere buoni risultati nella nostra inversione, la scelta di una griglia regolare per discretizzare il modello in analisi è solitamente un'opzione poco appropriata. Solo nel caso in cui si cercasse di risolvere inversioni con affidabilità e risoluzione modeste è accettabile usare grigliati regolari. Altra possibile applicazione per le discretizzazioni semplici è quando le si vuole utilizzare solamente come prima approssimazione. Una regola generale che è quasi sempre valida consiste nell'allargare le celle in prossimità dei bordi del modello, le zone di margine infatti presentano molto spesso scarse coperture angolari e scarsa densità dei raggi, non sufficienti a supportare celle di piccole dimensioni come la zona centrale. Ovviamente il tracciamento dei raggi, così come l'applicazione di metodi post-inversione come filtraggio e *smoothing*, sono più complicati in presenza di griglie irregolari, ma il maggio sforzo computazionale è compensato dalla qualità dei risultati. La scelta di discretizzazioni irregolari è ben giustificata anche dal punto di vista fisico, infatti i raggi che attraversano rocce e materiali con differenti proprietà offrono risoluzioni diverse, che diminuiscono con la profondità e sono definite dal raggio di Fresnel (sez.1.2). Esso inoltre pone un limite ben preciso alla dimensione degli oggetti che possiamo pensare di osservare. Non possiamo infatti pensare di risolvere oggetti con dimensione inferiore a quella imposta come limite dal raggio di Fresnel. Per questo motivo è possibile imporre alla griglia delle celle tali da aver dimensioni superiori al raggio stesso, eliminando così parametri del modello in eccesso e non risolvibili.

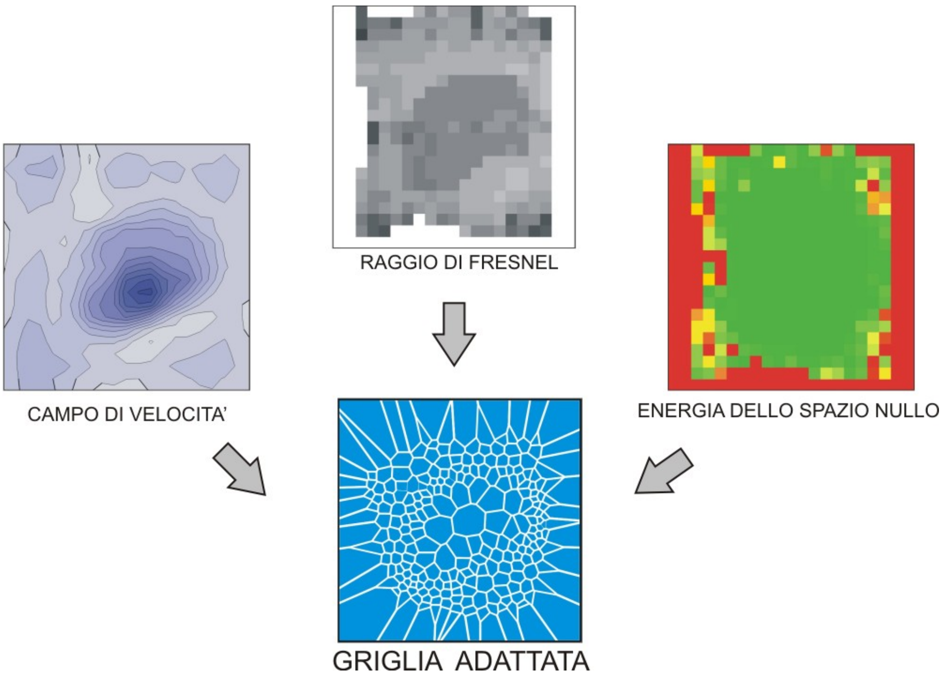


Figura 4.10: *Procedura di adattamento della griglia secondo tre criteri.*

Nel caso in cui la copertura dei raggi sia sufficiente è possibile aumentare la risoluzione nelle zone in cui è necessario, adattando la griglia. Ad esempio i margini di corpi geologici con velocità anomale possono essere meglio identificati aumentando il numero di celle nella zona in cui si ritiene che avvenga il cambio di velocità [6]. Applicando un procedimento del tipo *trial and error* è possibile ottenere una sempre migliore definizione dei contrasti di velocità nel sottosuolo adattando la forma e le dimensioni delle celle sia alla geometria dei raggi che agli obiettivi da raggiungere. Se non si hanno informazioni preliminari, di solito si parte invertendo i dati su di una griglia regolare per ottenere una prima stima del campo di velocità, viene poi tracciata una seconda griglia con una densità di celle che aumenta nelle aree con gradienti di velocità maggiori. Prima di utilizzare questa nuova griglia viene analizzato lo spazio nullo ad essa associato, se la nuova discretizzazione porta ad un aumento eccessivo dell'indeterminatezza allora viene scartata e se ne definisce una nuova. Se invece lo spazio nullo si mantiene ad un livello basso si procede all'inversione. Nel caso in cui il risultato sia soddisfacente ci si arresta, altrimenti si reitera la procedura affinando nuovamente la griglia

[7], [6]. Nel caso siano disponibili delle informazioni iniziali date dalla geologia dell'area in esame o da altre indagini geofisiche precedenti, è possibile impostare una griglia adeguata fin da subito. Naturalmente questo tipo di informazioni non sempre è attendibile e resta compito di chi gestisce l'analisi operare un'accurata selezione.

4.7 Griglie sfalsate

Un altro approccio possibile al fine di ridurre l'energia dello spazio nullo è l'utilizzo di griglie sfalsate (*staggered grids*. Il procedimento consiste nel condurre varie inversioni utilizzando delle celle piuttosto grandi, ad ogni inversione le celle cambiano posizione e forma. Il campo di velocità finale viene ricavato mediando le velocità ottenute dai singoli passaggi. Questo procedimento ha numerosi vantaggi: innanzitutto utilizzando celle di grandi dimensioni si aumenta la densità dei raggi per ogni cella minimizzando quindi lo spazio nullo. In secondo luogo la possibilità di operare invertendo modelli con poche celle porta ad una notevole riduzione dei tempi e delle risorse di calcolo richieste. Le velocità ricavate dalle inversioni fatte con griglie sfalsate sono generalmente dominate dalle basse frequenze a causa della media fatta sui valori di velocità. Ciò non è un problema, infatti se il campo di velocità deve essere usato come input di una migrazione *pre-stack* in profondità, allora è addirittura preferibile avere variazioni di bassa frequenza.

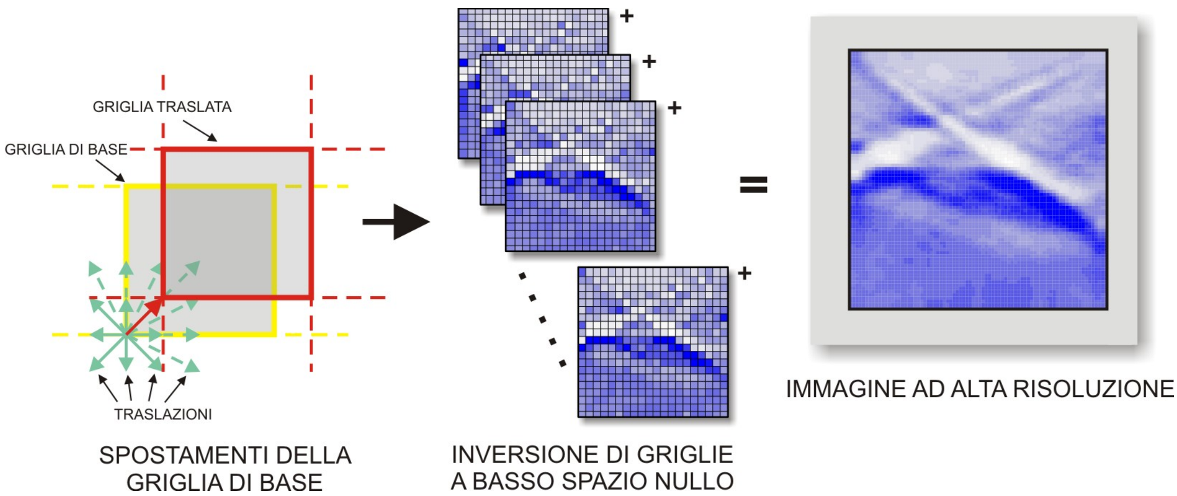


Figura 4.11: *Schema della procedura delle griglie sfalsate.*

Parte II

Analisi dati

Capitolo 5

Simulazione numerica su modelli del sottosuolo

La simulazione numerica e l'analisi di modelli sintetici sono procedure estremamente utili al fine di comprendere più approfonditamente il funzionamento del programma di analisi, ma soprattutto al fine di analizzare alcuni parametri operativi, come la scelta delle caratteristiche della griglia con la quale discretizzare il modello, il numero di iterazioni tomografiche ed i limiti di risoluzione della procedura. Sono stati affrontati due casi, uno bidimensionale (sez.5.1) e l'altro in tre dimensioni (sez.5.2), nei quali vengono invertiti i tempi d'arrivo in modelli caratterizzati da un campo di velocità uniforme ed una o più anomalie ad alta velocità.

5.1 Modello sintetico 2D (in trasmissione)

Come abbiamo già anticipato, l'analisi di modelli sintetici è di fondamentale importanza per valutare operativamente alcuni aspetti fondamentali dell'inversione di dati sismici. Nel caso bidimensionale abbiamo voluto analizzare le differenti possibilità nella scelta dei parametri dell'inversione, al fine di ottimizzare la qualità del risultato, l'attendibilità e l'utilizzo delle risorse di calcolo.

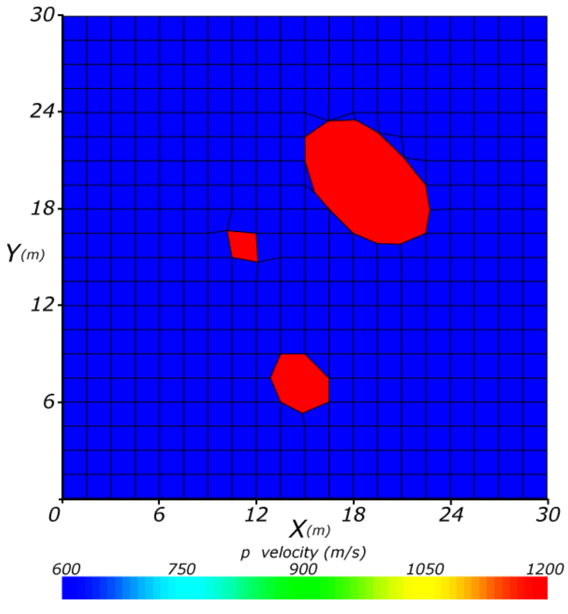
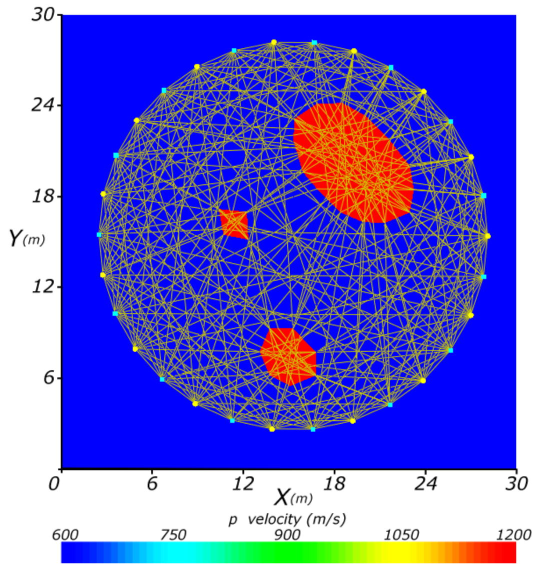


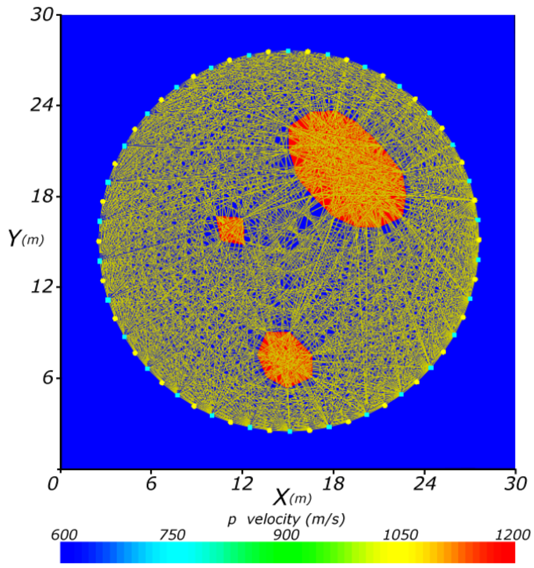
Figura 5.1: *Modello sintetico: campo di velocità uniforme con $v_p = 600m/s$ con tre anomalie ad alta velocità $v_p = 1200m/s$.*

Il modello sintetico sui cui abbiamo lavorato è quadrato e misura 30 metri di lato, dimensione che è stata scelta in quanto è simile al caso reale dei tumuli analizzati in questa tesi. Il campo di velocità all'interno di questo modello è uniforme e la velocità per le onde P è stata fissata a 600 m/s. Abbiamo quindi inserito tre anomalie ad alta velocità (1200 m/s) con dimensioni crescenti, comprese tra circa 1.5 e 8 metri (fig.5.1). Sono state definite due ipotetiche configurazioni di acquisizione: la prima caratterizzata da 15 sorgenti e 15 ricevitori (fig.5.2.a), la seconda con 30 sorgenti e e 30 ricevitori (fig.5.2.b).

La prima parte dell'analisi consiste nell'affrontare il cosiddetto "problema diretto", ovvero il calcolo dei tempi d'arrivo e il tracciamento dei corrispondenti raggi sismici basandosi sul modello "vero" appena descritto. Sono stati così ricavati i tempi di tragitto che dovranno essere poi invertiti una volta scelta opportunamente una griglia di base. Il problema della scelta della discretizzazione è come abbiamo già detto un punto di fondamentale importanza. Al fine di ottimizzare questa scelta sono stati calcolati il raggio di Fresnel e la mappa dello spazio nullo per varie combinazioni tra le due geometrie di acquisizione e le possibili griglie di base. Le discretizzazioni utilizzate sono: una griglia 13x13 per il caso con 15 sorgenti e ricevitori ed una griglia 26x26 per il secondo, con 30 sorgenti e 30 ricevitori. In questo modo abbiamo anche potuto comparare i risultati delle inversioni in due casi in cui rimaneva costante il rapporto tra numero di sensori e numero di pixel/lato.



(a) *Griglia 15x15*



(b) *Griglia 30x30*

Figura 5.2: *Le due configurazioni analizzate: in entrambi i casi sono mostrate le posizioni di sorgenti e ricevitori ed i raggi sismici tracciati sul modello sintetico. Da notare come le anomalie ad alta velocità portino i raggi a deviare dalle traiettorie rettilinee, secondo la legge di Snell.*

Per entrambe le configurazioni sono stati calcolate le mappe dello spazio nullo e della distribuzione del raggio di Fresnel (fig.5.3). Si nota in entrambi i casi che la discretizzazione, decisa in funzione della densità di sorgenti e ricevitori, consentirebbe di distinguere oggetti di dimensioni anche minori a quelle delle anomalie presenti. La dimensione dell'anomalia più piccola è all'incirca 1 metro, e i limiti mostrati dal raggio di Fresnel sono invece 0.660 e 0.750 m, ciò ci porta anche a stimare che le inversioni, una volta effettuate, avranno una buona attendibilità. A ulteriore conferma della corretta scelta della griglia è stata calcolata la mappa dello spazio nullo per i due casi, osservando che l'energia dello spazio nullo e praticamente zero sui pixel dei modelli.

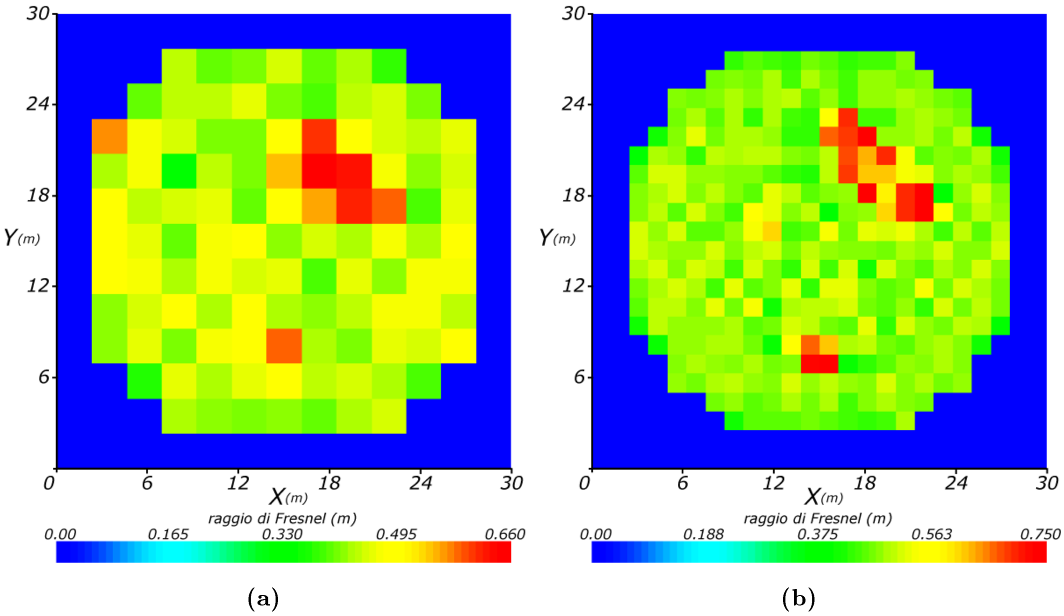


Figura 5.3: *Mappa del raggio di Fresnel per le due configurazioni in analisi.*

Sono state quindi effettuate le inversioni utilizzando 100 iterazioni tomografiche con tracciamento di raggi dritti, e due ulteriori tracciamenti a raggi curvi ognuno dei quali composto da 50 iterazioni utilizzando l'algoritmo SIRT. I risultati (fig.5.4) mostrano già la presenza delle anomalie di velocità. Nello specifico l'inversione sul modello a 13 celle riesce ad individuare tutte le anomalie, ma esse non sono ben definite né per quanto riguarda dimensioni e forma, né per quanto riguarda la velocità. Anche invertendo i *traveltimes* sul modello a 26 celle si riescono a distinguere 3 anomalie, velocità e dimensioni in questo caso vengono stimate un po' meglio che nel precedente. La forma delle anomalia non viene però ricostruita in modo soddisfacente nemmeno in questo caso.

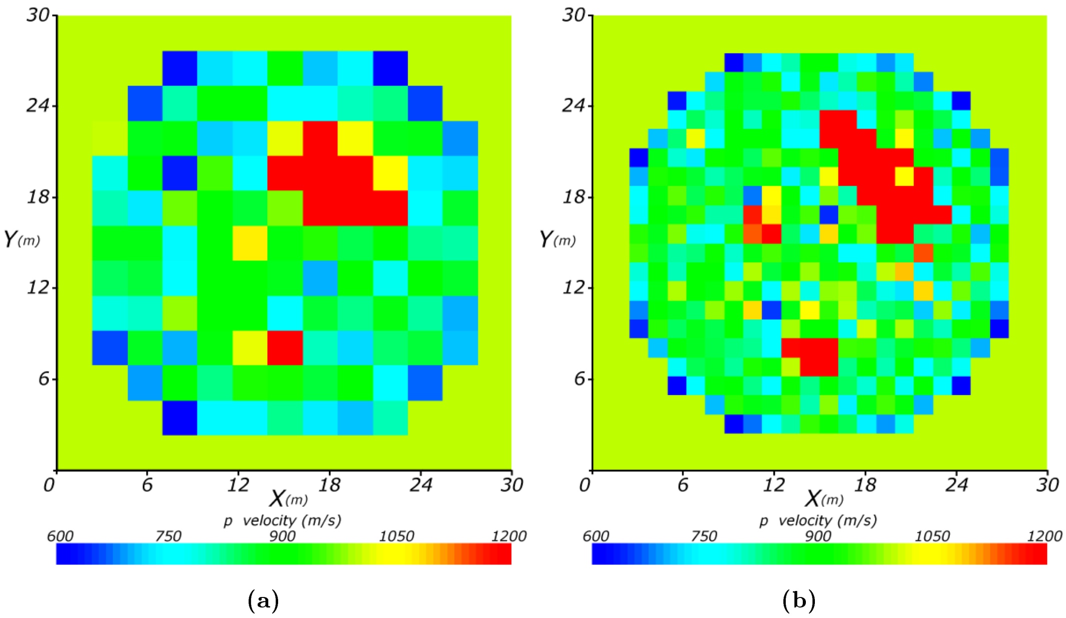


Figura 5.4: *Risultati delle inversioni tomografiche a raggi curvi per i due modelli*

Un passo decisivo per migliorare la qualità dell'inversione è stato l'utilizzo delle griglie sfalsate. Questa procedura è stata descritta nella sezione 4.7 ed ha consentito di ottenere i migliori risultati dalle inversioni. Nel primo dei due casi in esame tutte le anomalie sono state identificate e correttamente posizionate nel modello, solo la più piccola non è stata ben risolta. La velocità stimata si è fermata infatti a circa 1000 m/s, invece dei 1200 m/s attesi. Nel secondo caso invece, discretizzato con 26 celle per lato ha identificato e risolto positivamente tutte le caratteristiche delle tre anomalie. Ciò è dovuto alla maggior densità dei raggi che attraversano il modello (900 raggi contro i 225 dell'altro caso) ottenuta dalla distribuzione più fitta delle sorgenti e dei ricevitori che ha permesso di utilizzare una griglia a maggior risoluzione.

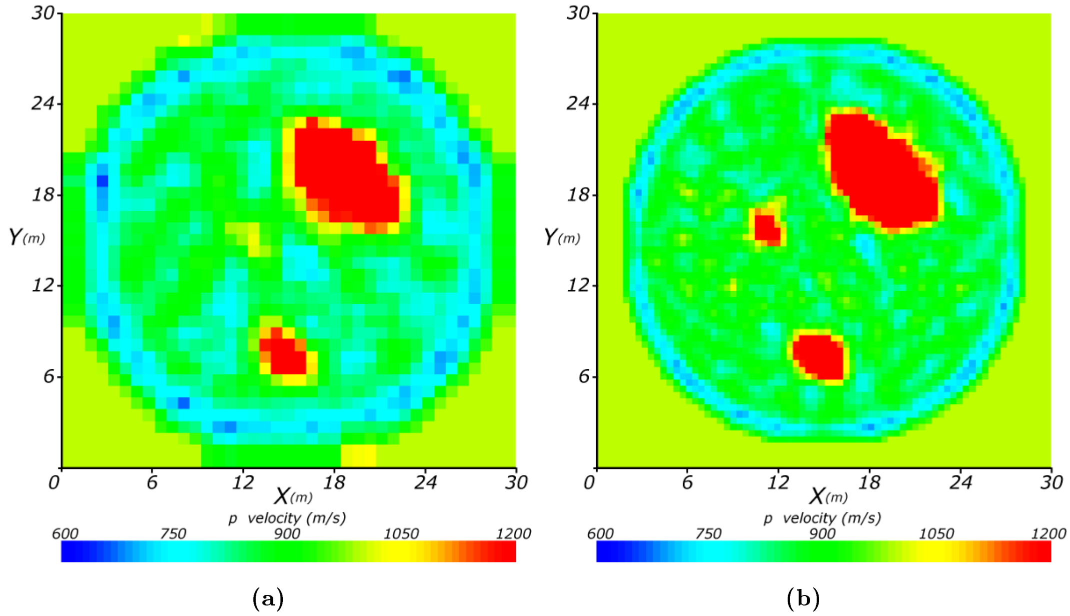
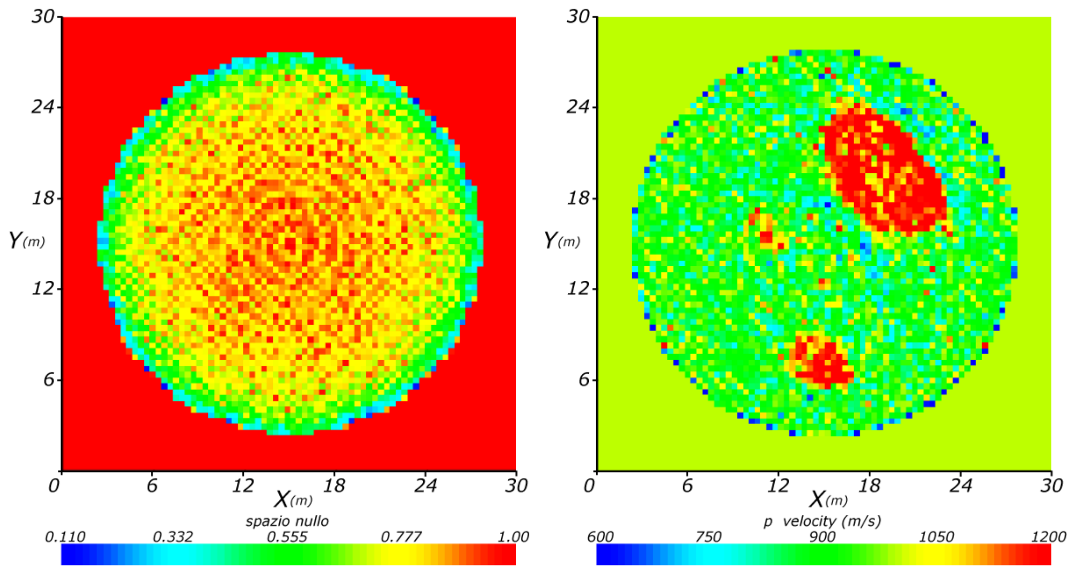


Figura 5.5: *Risultato delle inversioni tomografiche per i due modelli utilizzando la tecnica delle griglie sfalsate.*

Un ultimo test è stato effettuato al fine di confrontare i risultati dell'inversione sul modello a 26 pixel con le *staggered grids*, e un modello discretizzato con una griglia unica a 78 pixel. Questa scelta ovviamente non è casuale, ma è dovuta al fatto che la tecnica delle griglie sfalsate è stata applicata con 2 spostamenti, uno a destra e uno a sinistra della posizione originaria della griglia di base, dando quindi origine ad un grigliato 3 volte più fino di quello di partenza, quindi dotato di 78 pixel. Dai risultati mostrati in figura 5.6 si vede che anche questa inversione risolve tutte le anomalie, ma introduce molto rumore nella figura, dovuto ad artifici numerici causati dalla griglia troppo fitta rispetto al numero di sorgenti e ricevitori. Il risultato di quest'ultima inversione è infatti di scarsa qualità, come si può vedere dalla distribuzione dell'energia dello spazio nullo sulle celle del modello. Questo confronto è stato di fondamentale importanza nel determinare un criterio per la scelta della griglia. In tutte le analisi tomografiche effettuate sui dati sismici dei tumuli, abbiamo deciso di selezionare delle griglie di base non troppo fini e di utilizzare sempre la tecnica delle griglie sfalsate, per ottenere un risultato di qualità, dotato di una risoluzione soddisfacente e soprattutto di una buona attendibilità.



(a) (b)

Figura 5.6: *Mappa dello spazio nullo e inversione a raggi curvi sulla griglia di base di 78x78 pixel.*

5.2 Modello sintetico 3D

In questa sezione mostriamo a titolo di esempio, il risultato di un'inversione tomografica effettuata su dati sintetici per un tumulo nel caso in cui la camera di sepoltura (anomalia ad alta velocità) si trovi al di sotto del piano di acquisizione. Solitamente infatti l'array di geofoni viene disposto allo stesso livello del terreno. Resta comunque possibile che dall'epoca di costruzione del tumulo la quota del terreno abbia subito un innalzamento a causa depositi successivi. In questo caso il piano di acquisizione verrebbe a trovarsi al di sopra della camera di sepoltura che solitamente veniva edificata a livello del suolo. In una situazione come

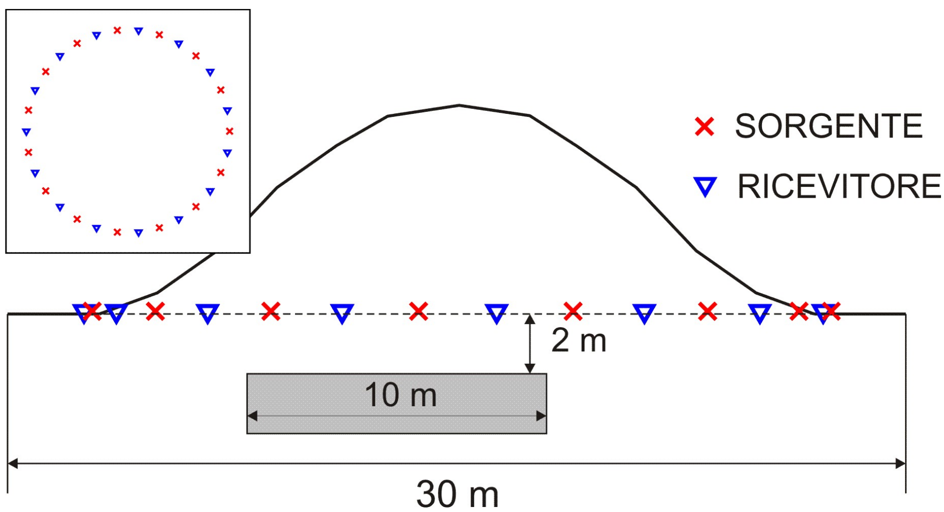


Figura 5.7: *Schema del modello sintetico utilizzato per l'esperimento. A sinistra in alto, la rappresentazione in pianta dell'acquisizione utilizzata.*

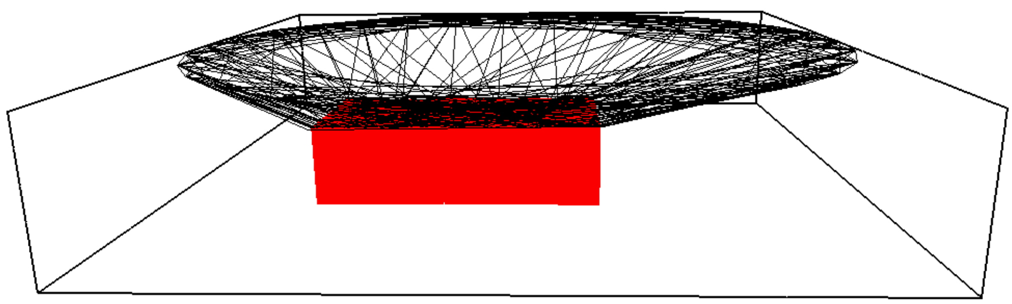


Figura 5.8: *Rappresentazione del tracciamento dei raggi associati ai primi arrivi, relativo alla modellazione diretta.*

questa, schematizzata in figura 5.7 l'inversione dei primi arrivi considera questi tempi come arrivi diretti e quindi con i raggi associati calcolati sullo stesso piano dell'acquisizione. Ciò introduce un errore sulle velocità tomografiche trovate, dovuto al fatto che in realtà alcuni raggi associati ai primi arrivi non sono dovuti all'onda diretta ma derivano dalle riflessioni, rifrazioni e diffrazioni del corpo ad alta velocità posto al di sotto del piano delle sorgenti e dei ricevitori. Per simulare questo caso è stato fatto un modello di un tumulo a pianta circolare di circa 25 m di diametro ed alto 10 m. La camera mortuaria di dimensioni 10x2x2 m è stata posta a 2 m di profondità sotto al piano di acquisizione. A quest'ultima è stata associata una velocità delle onde P pari a 2.5 km/s, mentre a tutto il materiale dell'intero tumulo è stata associata la v_P di 0.6 km/s. L'acquisizione è stata effettuata posizionando 15 sorgenti e 15 ricevitori alla base del tumulo, disposti in maniera alternata a distanza di circa 2.5 m.

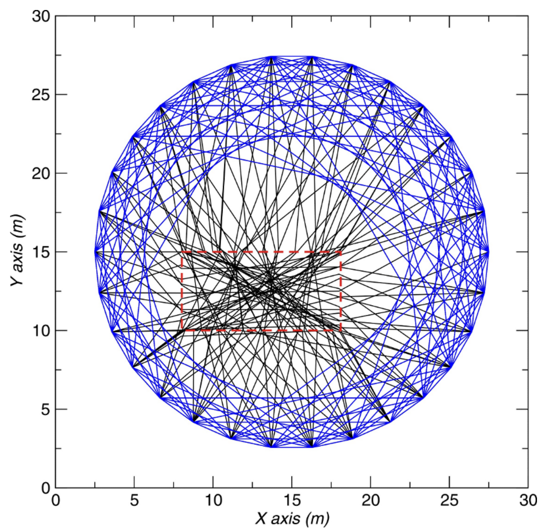
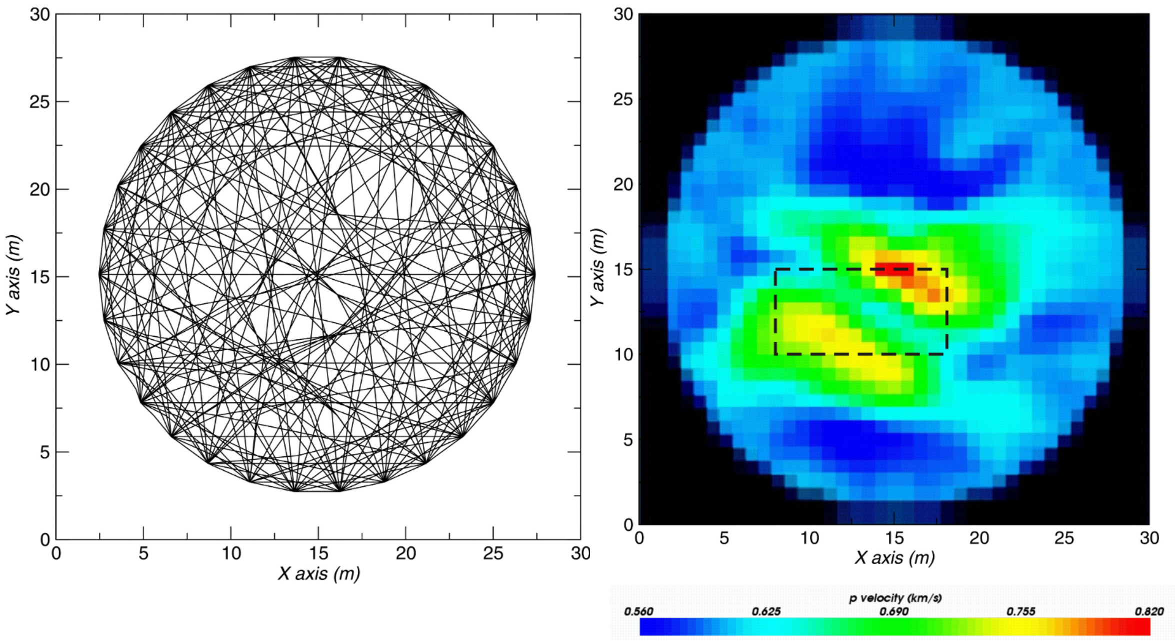


Figura 5.9: *Visione in pianta dei raggi calcolati nella modellazione diretta, gli stessi della fig.5.8. La linea rossa tratteggiata delimita il corpo ad alta velocità identificato dalla camera mortuaria.*

La modellazione diretta di primi arrivi calcolata su questo modello ha evidenziato la presenza di un grande numero di raggi che attraversano la camera mortuaria sepolta e che non giacciono sul piano dell'acquisizione. Questo fatto è dovuto alla presenza di materiale a più alta velocità, caratteristico della camera di sepoltura, rispetto alla velocità del materiale circostante che ha causato la deflessione verso il basso dei raggi stessi, seguendo il principio di Fermat del tempo minimo (figure 5.8 e 5.9).



(a) (b)

Figura 5.10: *Risultato dell'inversione tomografica degli arrivi mostrati nelle figure 5.8 e 5.9, considerati come arrivi diretti con raggi giacenti sul piano di acquisizione. A destra è riportato il campo di velocità ottenuto e a sinistra i raggi corrispondenti.*

I tempi d'arrivo così calcolati sono stati utilizzati per l'inversione tomografica trattandoli come arrivi diretti con i raggi associati vincolati sul piano di acquisizione. E' stata applicata la tecnica delle griglie sfalsate, utilizzando una griglia di base di 13x13 pixel con velocità iniziale costante di 600 m/s su tutta l'area di indagine. Il risultato dell'inversione è visibile in figura 5.10 dove sono rappresentati il campo di velocità ottenuto ed i corrispondenti raggi. Da queste immagini risulta ben visibile la zona ad alta velocità rappresentata da due lobi che corrispondono più o meno alla vera posizione in pianta della camera mortuaria, la forma rettangolare invece non viene ricostruita sufficientemente. In questo caso si può quindi dire che l'inversione da onde trasmesse ha dato la corretta informazione sulla posizione della camera sul piano x-y, ma non sulla profondità, che rimane indefinita con questo tipo di acquisizione.

Capitolo 6

Analisi dati sperimentali

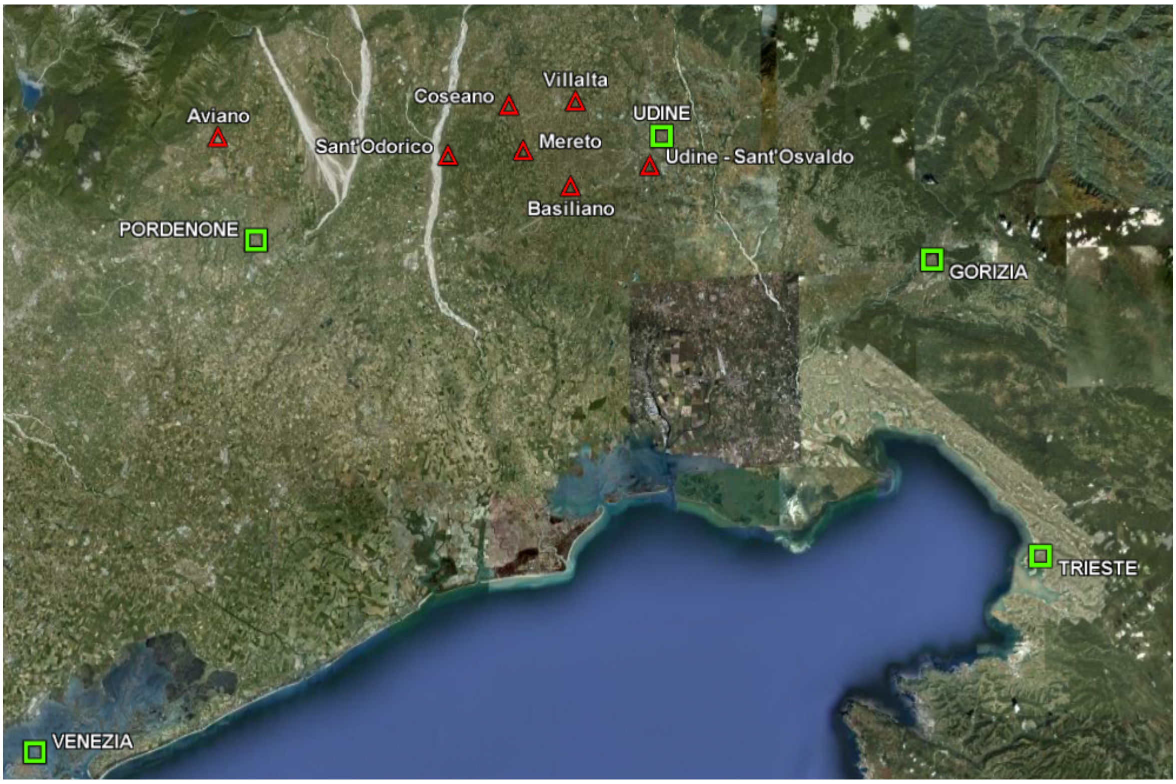
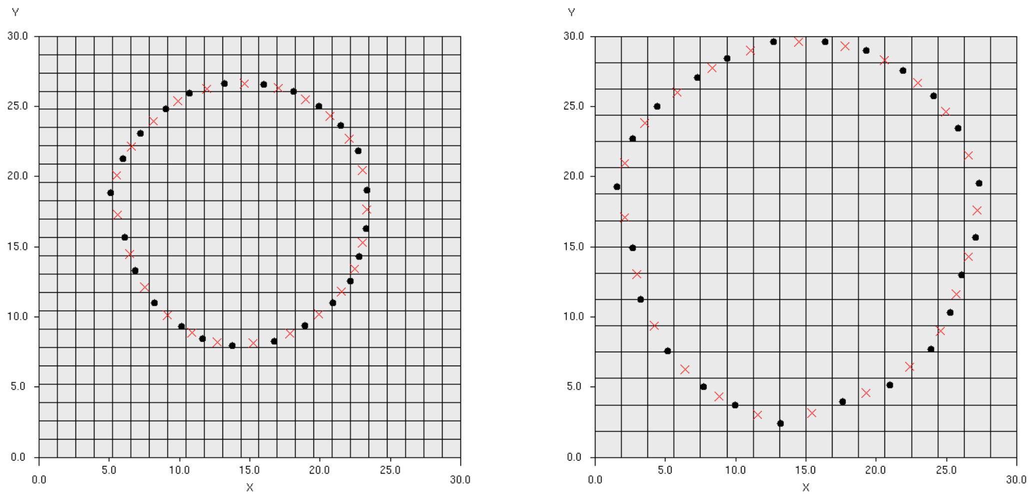


Figura 6.1: *Posizioni geografiche dei sette tumuli analizzati.*

6.1 Tumulo di Udine (Sant'Osvaldo)

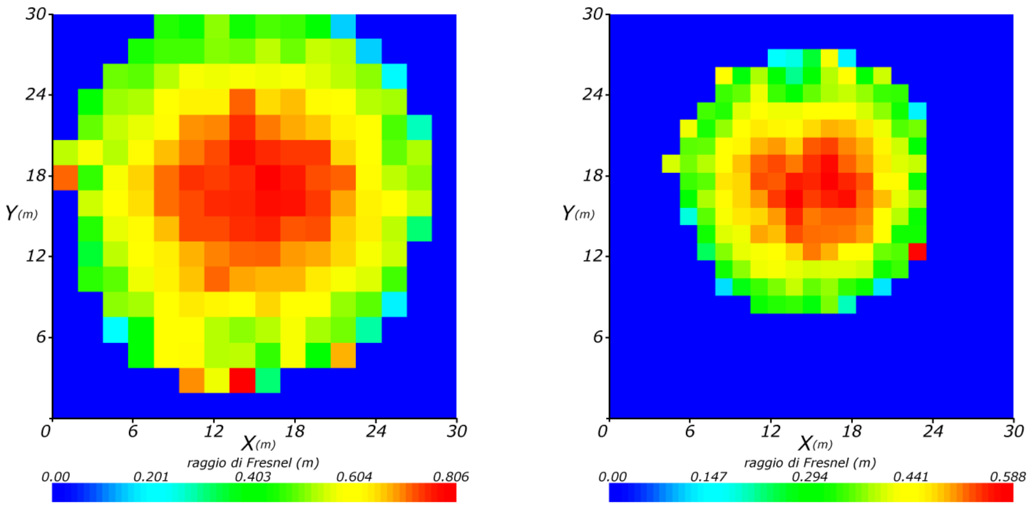
Il tumulo di Udine (Sant'Osvaldo) è l'unico dei tumuli analizzati ad essere stato studiato a due quote diverse. Sono state effettuate infatti due acquisizioni ponendo le sorgenti ed i sensori (geofoni) sia alla quota basale corrispondente a circa 91.5m s.l.m. ($z_{min} = 91.25m$, $z_{max} = 91.92m$), sia alla quota di circa 93m ($z_{min} = 92.84m$, $z_{max} = 93.42m$). Entrambe le rilevazioni sono state effettuate posizionando un array di 24 geofoni attorno al tumulo ad una distanza angolare di circa 15°. Nei punti mediani tra due geofoni adiacenti è stata provocata una perturbazione sismica mediante una mazza battente su un disco in acciaio, in questo modo sono state registrate 576 tracce sismiche. Nella fase di interpretazione dei primi arrivi (*picking* in figura 6.9) sono stati selezionati 442 tempi di arrivo per l'acquisizione a quota superiore e 465 per quella sul piano basale. Sono stati così esclusi i tempi d'arrivo relativi ai raggi con piccoli offset, quelli cioè che, collegando sorgenti e ricevitori troppo vicini, non portavano informazioni sulla struttura interna e che sono maggiormente sensibili ad errori sui tempi.



(a) *Livello superiore: griglia 23x23* **(b)** *Livello inferiore: griglia 16x16*

Figura 6.2: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), per entrambi i livelli di acquisizione, mostrati sulle rispettive griglie con le quali l'area del tumulo è stata discretizzata.*

L'analisi tomografica è stata effettuata invertendo i tempi di arrivo secondo un modello a due strati, discretizzati con due griglie differenti: la prima, per la quota superiore, di 23x23 pixel; la seconda di 16x16 pixel. La scelta del numero di pixel è stata effettuata inizialmente in funzione della distribuzione di sorgenti e ricevitori: si è infatti cercato di ottenere un grigliato per il quale all'interno di un pixel venisse a cadere un solo geofono o una sola sorgente, al fine di massimizzare la risoluzione ottenibile, data la geometria di acquisizione. La bontà di tale scelta viene poi testata mediante il calcolo del raggio di Fresnel, creando una mappa in cui il valore F_{max} è ottenuto dalla (1.6). Questa procedura calcola il raggio di Fresnel nel modello, dipendente dal campo di velocità, dalla banda di frequenza del segnale (nel nostro caso 30-60 Hz), dall'assorbimento anelastico e dalla geometria dei raggi. Per quanto riguarda il livello superiore, il modello presenta pixel quadrati di lato $1.3m$ circa, il raggio di Fresnel è compreso tra circa 0.2 e $0.4m$ con un valore massimo di $0.427m$ ed è quindi di molto inferiore al limite di risoluzione teorico imposto dalla griglia. Per il livello inferiore i valori sono compresi tra circa 0.3 e $0.6m$, con un massimo di $0.584m$. Un'ulteriore conferma della bontà della discretizzazione scelta ci viene dall'analisi sulla distribuzione dell'energia dello spazio nullo associata ai pixel del modello, da cui notiamo che il valore si attesta a 0 praticamente su ogni cella della griglia di base, per entrambi i livelli.



(a) *Livello inferiore* **(b)** *Livello superiore*

Figura 6.3: *Valori del raggio di Fresnel nei due strati del modello.*

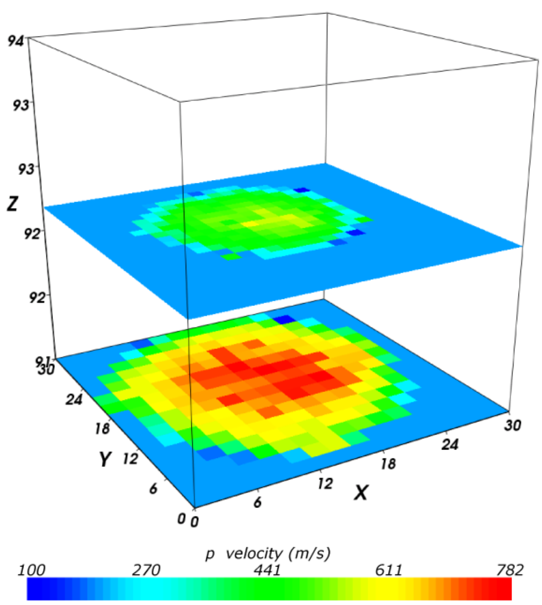


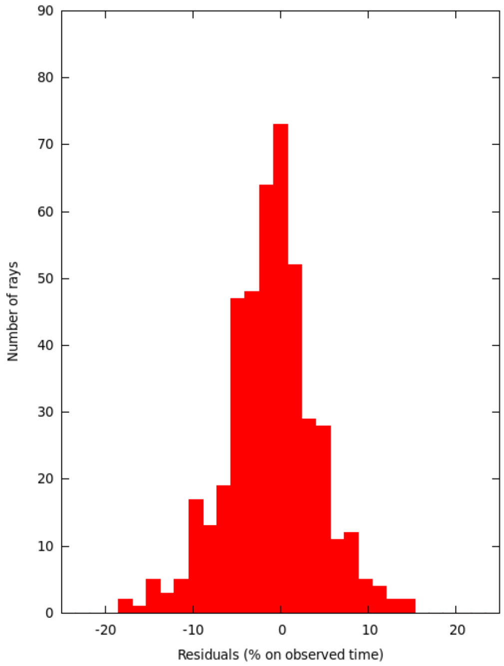
Figura 6.4

L'inversione preliminare, che ha fornito il campo di velocità usato per le analisi di qualità finora descritte, è stata effettuata utilizzando un *ray tracing* a raggi dritti, con 100 iterazioni tomografiche. E' già possibile notare già da ora che le velocità aumentano con la profondità e nelle zone centrali del tumulo (fig. 6.4).
Una volta definite le griglie e valutati preventivamente i limiti di qualità dei possibili risultati, è stata finalmente effettuata un'inversione applicando il metodo delle griglie sfalsate. Sono stati utilizzati 3 spostamenti rispetto alla griglia di base in entrambe le direzioni x e y. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione, è stata condotta l'analisi dei residui, computati sottraendo i tempi calcolati sul modello tomografico dai tempi osservati (*picking*); sono stati poi prodotti per entrambi i livelli i grafici mostrati nelle figure (6.5) e (6.6). A questo punto è stato applicato un filtro ai tempi di tragitto calcolati dall'inversione tomografica: sono stati eliminati i dati che avevano dei residui con valori percentuali non compresi in un intervallo ritenuto accettabile, eliminando così i tempi relativi a residui superiori alla soglia di 10% e inferiori a -10%. Abbiamo in questo modo ottenuto altri due set di dati con 414 e 430 tempi d'arrivo filtrati (rispettivamente alla quota superiore e inferiore), sui quali è stata eseguita l'inversione tomografica finale rappresentata in figura 6.7.

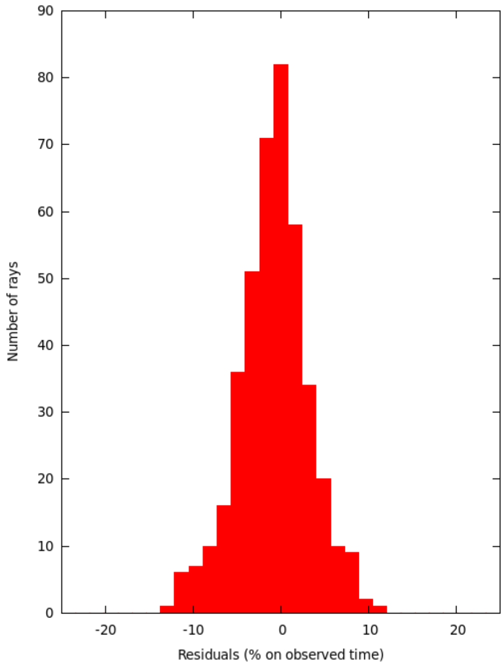
Il valore quadratico medio dei residui temporali è stato ridotto mediante questa procedura, i valori ottenuti prima e dopo l'applicazione del filtro sono mostrati nella tabella 6.1.

	RMS prima	RMS dopo
Liv. Superiore	5.2463	4.0160
Liv. Inferiore	6.1344	4.4413

Tabella 6.1: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio delle registrazioni relative a residui con valori percentuali non compresi nel range* $[-10, 10]\%$

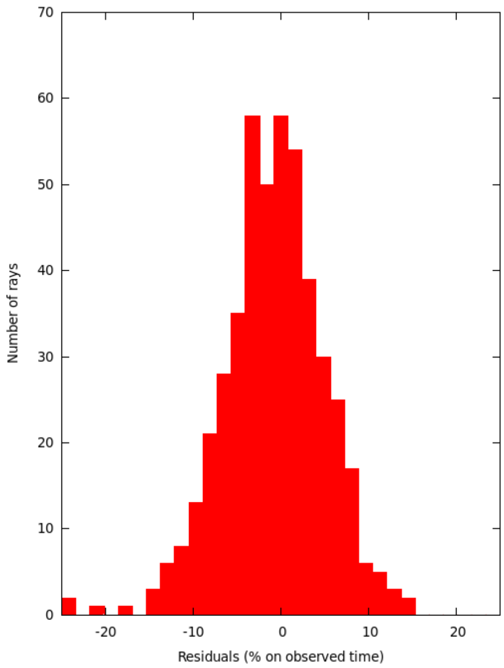


(a) *RMS non filtrati*

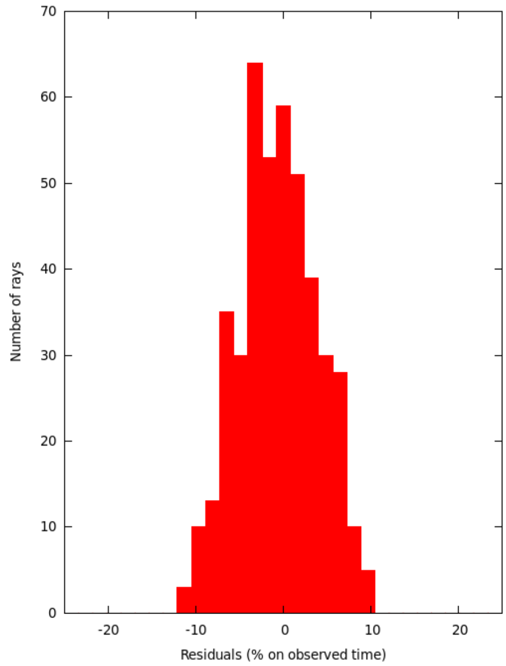


(b) *RMS filtrati*

Figura 6.5: *Livello superiore: Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei traveltimes.*



(a) *RMS non filtrati*



(b) *RMS filtrati*

Figura 6.6: *Livello inferiore: Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei traveltimes.*

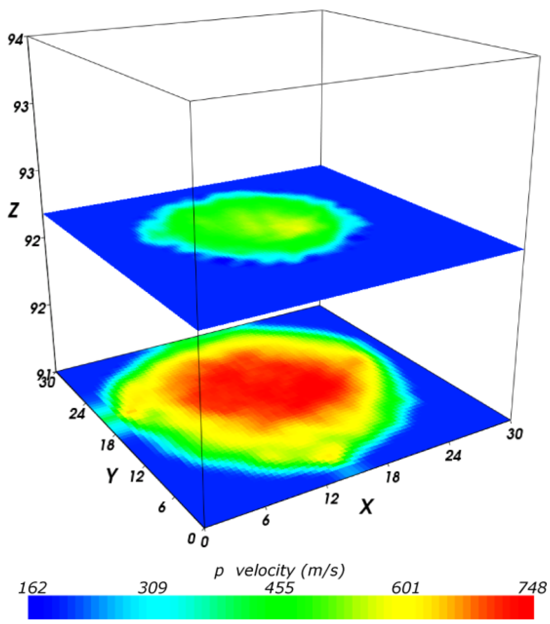


Figura 6.7: *Ricostruzione tomografica tridimensionale dei due livelli analizzati nel tumulo, sono stati invertiti i tempi di arrivo filtrati, cioè dopo aver effettuato un taglio basato sui residui temporali. La dimensione verticale è volutamente esagerata.*

La tomografia effettuata sul piano basale mostra un marcato incremento di velocità dalla superficie verso l'interno con valori che passano da 300 m/s a 750 m/s. Questo comportamento può essere solamente in parte causato dalla compattazione crescente verso l'interno e al minore contenuto in aria, ma è anche legato alla presenza di materiale più rigido nella parte interna [4]. Ciò conferma le conclusioni tratte da un precedente studio effettuato sul tumulo Un'anomalia di forma irregolare è individuabile all'interno della zona con velocità maggiore. Al fine di evidenziare tale anomalia, in figura 6.8.b è stata rappresentata l'immagine tomografica restringendo l'intervallo di velocità a valori compresi tra 600 e 750 m/s. Si nota così un'area ad alta velocità pressoché ellittica con asse maggiore di circa 9 m. e asse minore di circa 5 m.

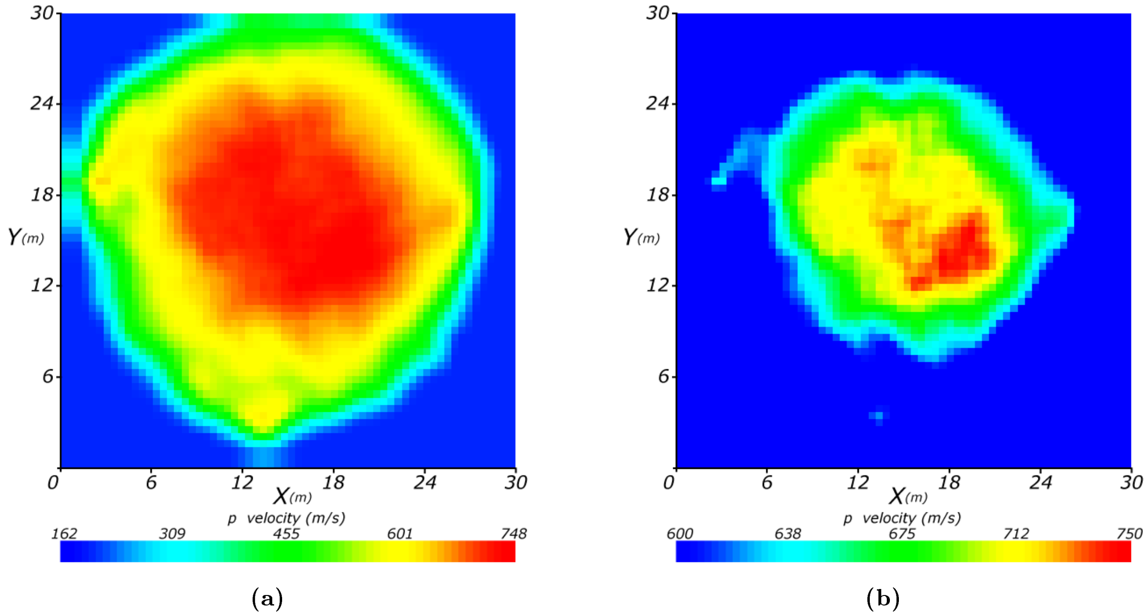


Figura 6.8: *Immagini tomografiche del livello basale, nella figura (b) l'intervallo di velocità utilizzato è stato limitato a valori compresi tra 600 e 750 m/s al fine di rendere più visibile l'anomalia.*

La tomografia a quota superiore presenta velocità più basse, l'intervallo va infatti da un minimo di circa 300 m/s all'esterno per raggiungere un massimo di circa 600 m/s. Con una procedura analoga a quella descritta per il livello superiore è possibile evidenziare anche a questa quota una zona ad alta velocità di dimensioni compatibili all'anomalia indicata precedentemente.

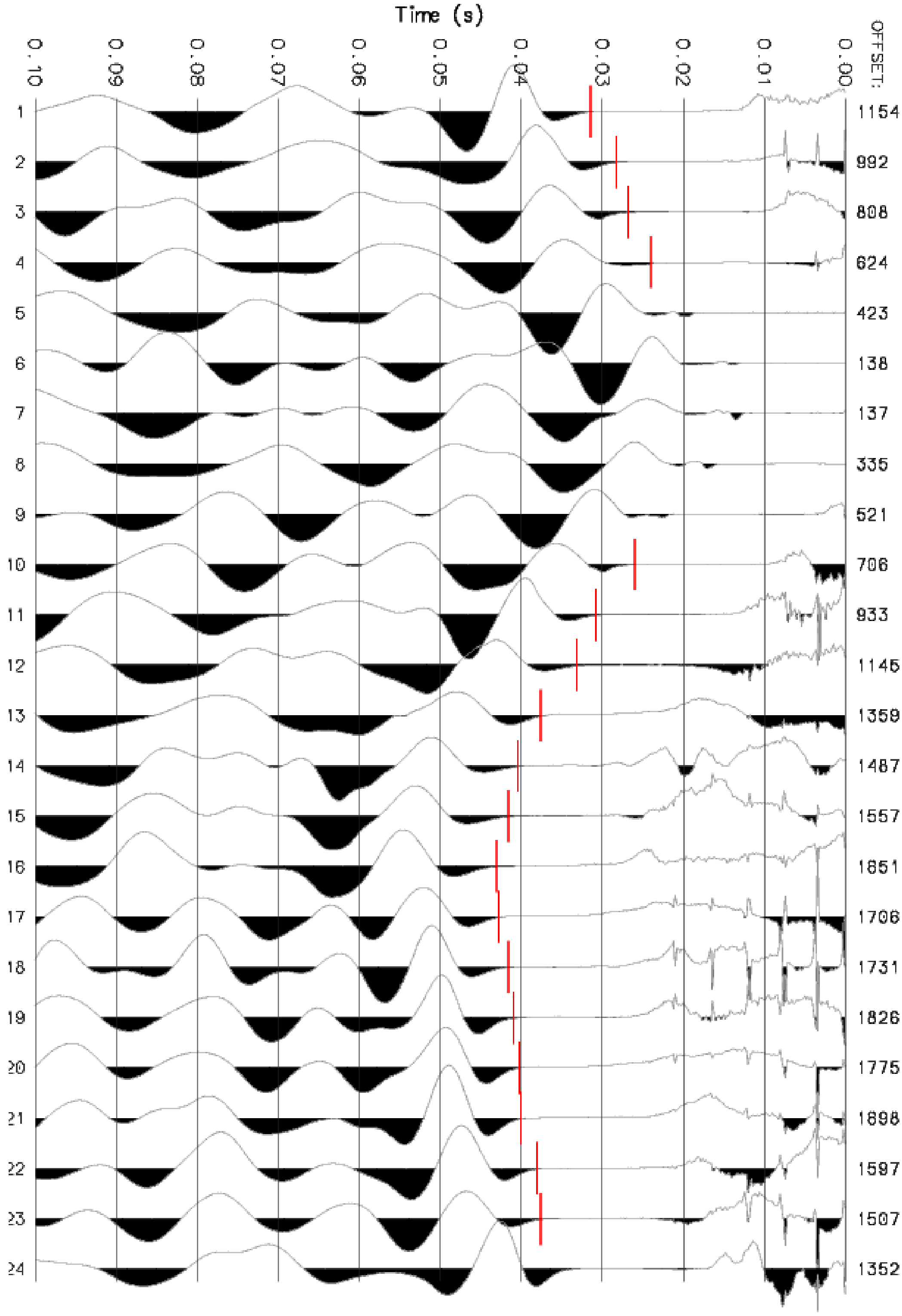


Figura 6.9: *Tracce sismiche generate da uno shot. In rosso sono mostrati i punti delle tracce in cui è stato selezionato il tempo d'arrivo (picking). Sono state escluse le tracce con offset minore, ovvero le tracce relative ai geofoni più vicini alla sorgente.*

Figura 6.10: *Fotografia del tumulo di Sant'Osvaldo prima dello scavo.*

Figura 6.11: *Fotografia del tumulo già scavato.*

6.2 Tumulo di Mereto

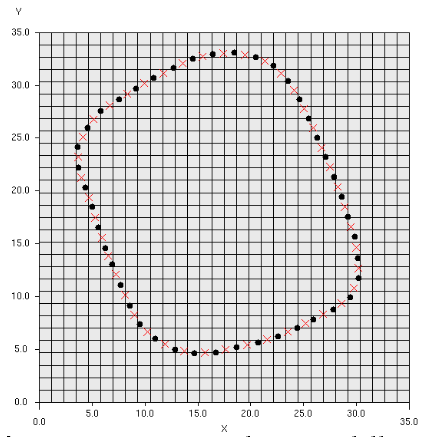
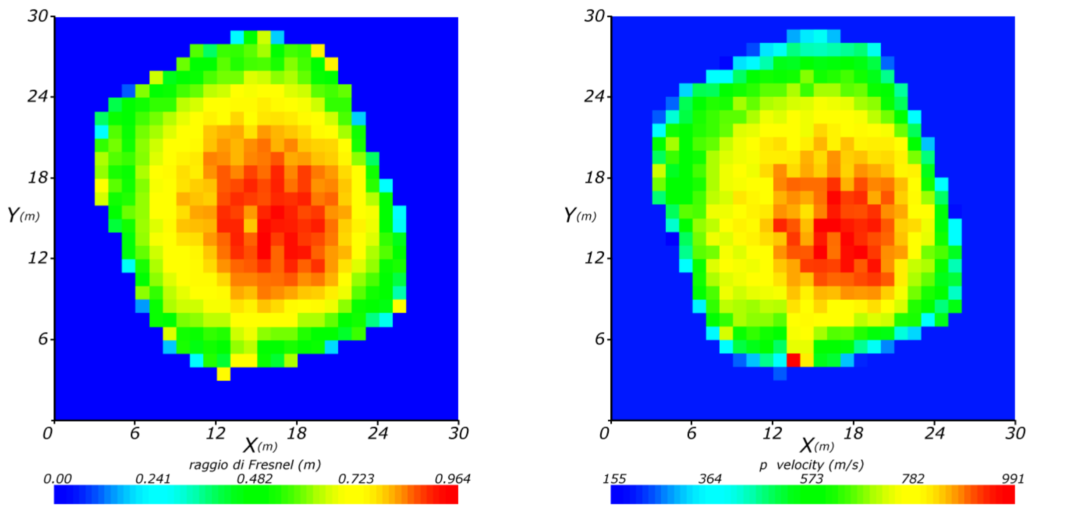


Figura 6.12: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.*
($z_{min} = 90.63m$, $z_{max} = 91.93m$)

Il tumulo di Mereto di Tomba è stato studiato con le stesse tecniche descritte per il tumulo di Udine, sono state effettuate 43 battute, con 43 geofoni, per ottenere un totale di 1849 tracce. Questo tumulo è stato fatto oggetto di scavi archeologici successivamente ai rilievi geofisici, lo scavo ha messo in luce una tomba con il corpo tumulato, ricoperta da una calotta di ciottoli alluvionali. I tempi d'arrivo selezionati in fase di *picking* sono stati 1479. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 30×30. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.13a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.3 e $0.684m$.. Questo valore è inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari ad 1 metro. La mappa dello spazio nullo (non riportata) ha mostrato valori nulli nella quasi totalità dei pixel del modello.

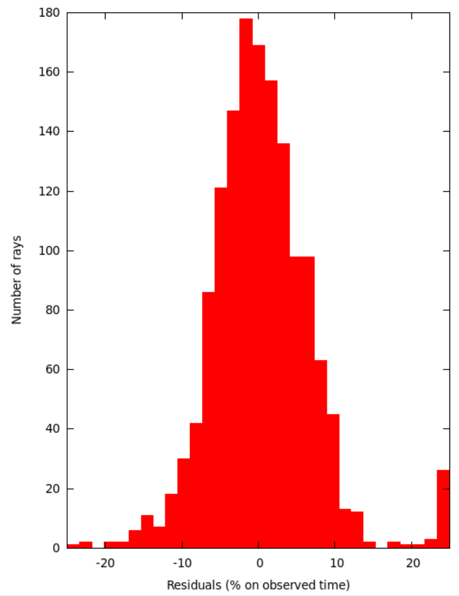


(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello*

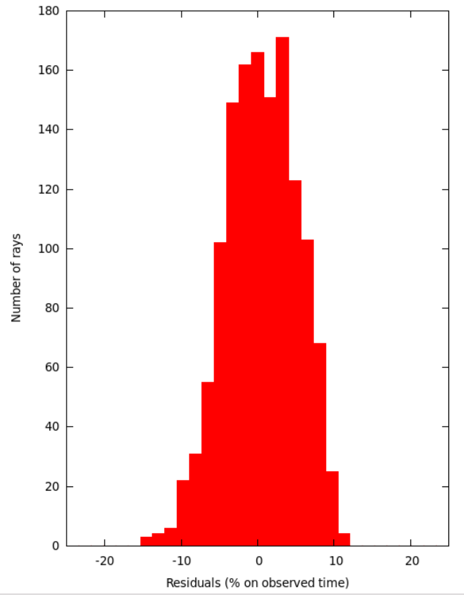
(b) *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.13

L'inversione preliminare è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 200 iterazioni tomografiche e 2 successivi tracciamenti a raggi curvi, ognuno dei quali con 30 iterazioni SIRT (fig.6.13.b). Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 *step* di spostamento rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali con la procedura già descritta per il tumulo di Udine. E' stato ottenuto così l'istogramma mostrato in figura 6.14.a. Analizzando questo grafico assieme all'immagine tomografica (fig.6.16.a) abbiamo notato che una classe all'estrema destra aveva valori insolitamente alti. E' stata perciò calcolata la mappa della distribuzione dei residui temporali sul modello, al fine di localizzare eventuali geofoni che potessero aver avuto dei problemi, generando quindi tempi di arrivo affetti da un errore eccessivamente elevato (fig.6.16.b). Inoltre utilizzando un apposito *tool* presente nella versione 4.2 di Cat3D abbiamo prodotto una mappa dei residui per le diverse coppie sorgente-ricevitore, utile per ricavare il numero associato alle sorgenti e/o ricevitori con problemi (fig.6.15).



(a) *RMS non filtrati*



(b) *RMS filtrati*

Figura 6.14: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei tempi di arrivo.*

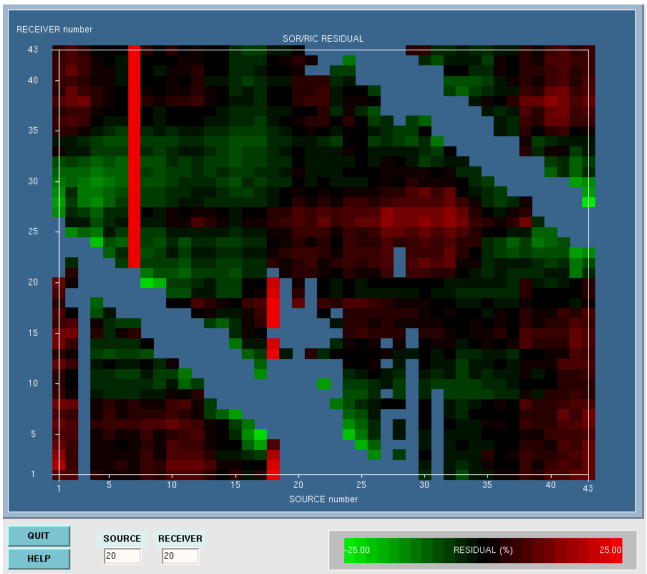
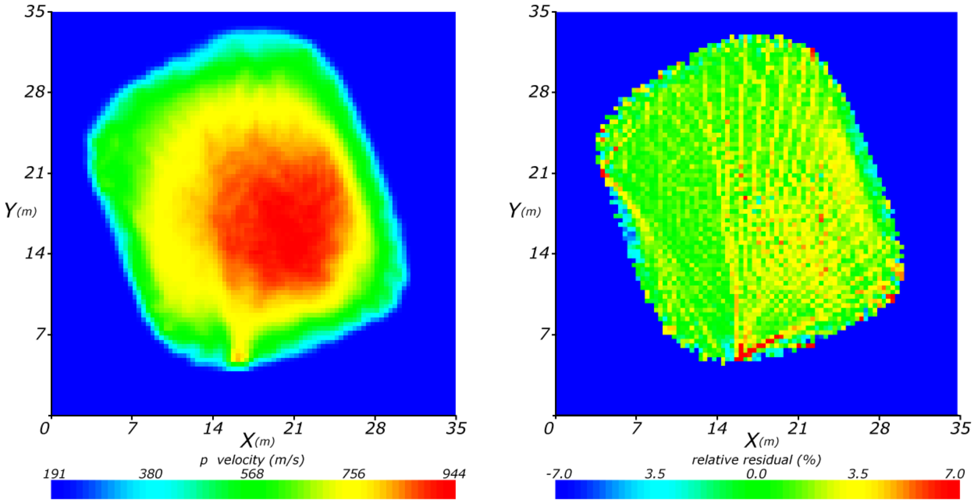


Figura 6.15: *Distribuzione dei residui per sorgenti e ricevitori. Da notare le aree in rosso, relative a differenze di più del 25% tra il tempo osservato e quello calcolato.*



(a) **(b)**

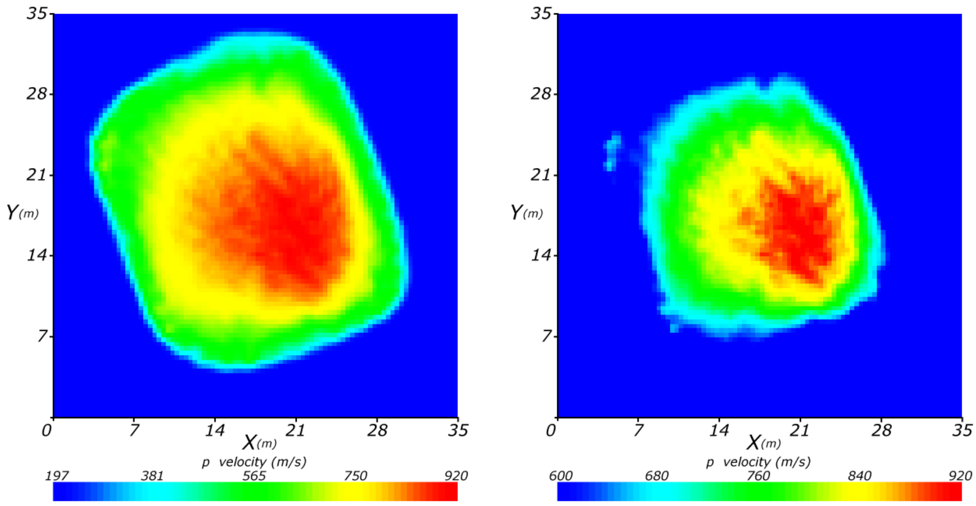
Figura 6.16: *Confronto tra l'immagine tomografica e la mappa che riporta la distribuzione nel modello dei tempi residui. Si può notare nella fig.b) che la distribuzione dei residui non è omogenea come ci si potrebbe aspettare. Un confronto con l'immagine tomografica mostra infatti un'anomalia ad alta velocità in corrispondenza del limite inferiore del modello. Tale anomalia si è rivelata essere un artefatto dovuto probabilmente con problemi legati alla sorgente numero 20.*

Sono stati quindi eliminati i tempi di arrivo relativi agli accoppiamenti sorgente-geofono che in base all'analisi effettuata sono stati valutati non attendibili. Solo a questo punto è stato applicato il taglio delle registrazioni associate a residui superiori alla soglia del 10% o inferiori al -10% ottenendo un nuovo set di dati contenente 1345 tempi di arrivo.

RMS prima	RMS dopo
8.4342	4.0246

Tabella 6.2: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio dei records relativi a residui con valori percentuali non compresi nel range* $[-10, 10]\%$

Abbiamo a questo punto effettuato una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.17.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando dai $500m/s$ degli strati più esterni fino a raggiungere quasi $950m/s$ nelle zone interne. L'area a velocità maggiore è decentrata nella porzione del tumulo rivolta a sud-est. Restringendo l'intervallo di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.17.b nella quale si evidenzia una zona di circa $8m. \times 5$ con velocità che superano i $900m/s$ probabilmente associabile all'area della sepoltura.



(a) (b)

Figura 6.17: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità rapresentato è stato limitato a valori compresi tra 600 e 920 m/s.*

Figura 6.18: *Fotografia del tumulo di Mereto, così come appare dopo lo scavo archeologico.*

6.3 Tumulo di San Odorico

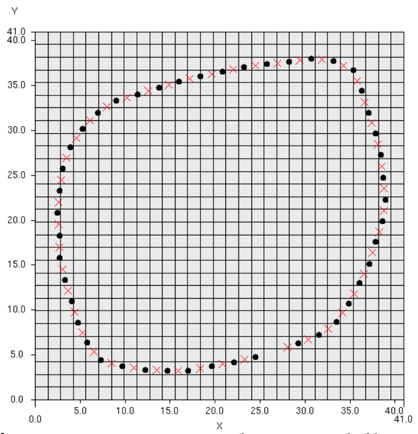
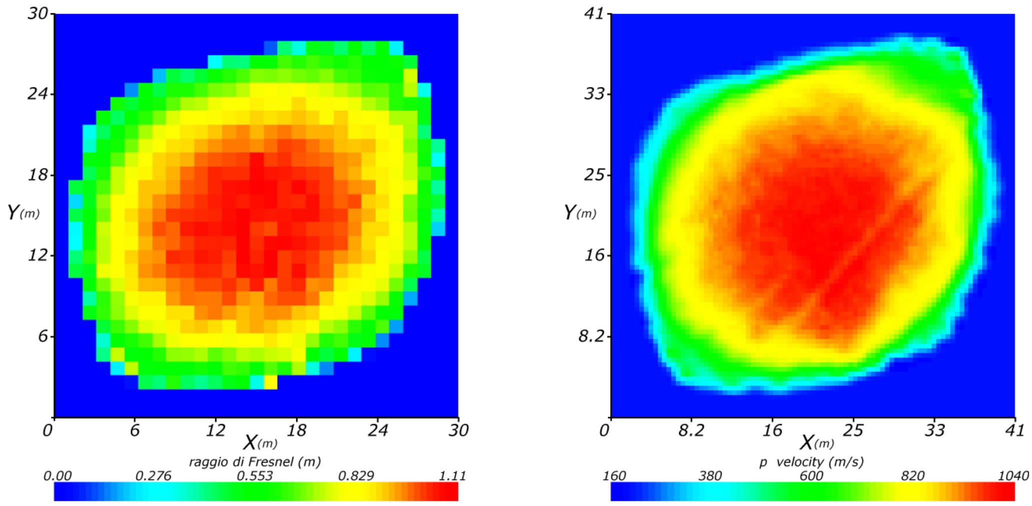


Figura 6.19: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.*
($z_{min} = 92.26m$, $z_{max} = 92.75m$)

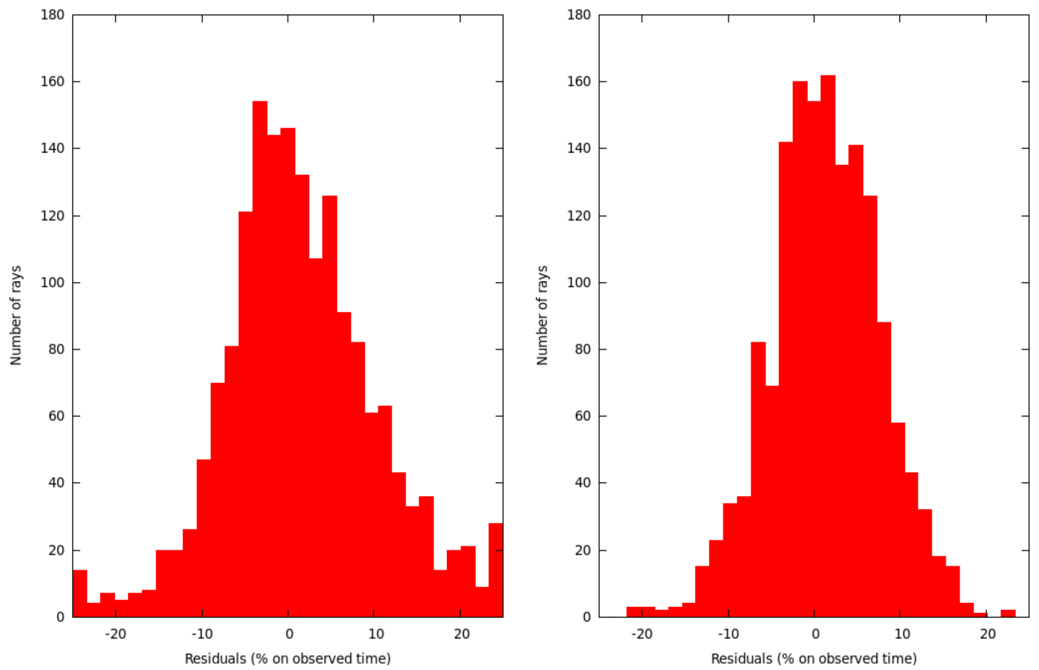
Il tumulo di San Odorico è il più grande del Friuli con più di 30 metri di diametro e un'altezza di oltre 5 metri. Sono stati effettuati 47 shot di 46 canali ciascuno, ottenendo un totale di 2162 tracce dalle quali in fase di *picking* sono stati selezionati 1740 tempi di arrivo. La struttura del tumulo è stata oggetto di test di scavo anteriormente all'acquisizione dei dati geofisici. In fase di rilevamento è infatti presente una vasta area depressa residuo degli scavi. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 29 × 29. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.20a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.3 ed 1.11m.. Questo valore è inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari ad 1.4m. La mappa dello spazio nullo (non riportata) ha mostrato valori nulli nella quasi totalità dei pixel del modello.



(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello* **(b)** *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.20

Una prima inversione è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 100 iterazioni tomografiche e 2 successivi tracciamenti a raggi curvi, ognuno dei quali con 30 iterazioni SIRT. Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 *step* di spostamento rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali con la procedura già descritta per il tumulo di Udine ed utilizzata sistematicamente in tutti i casi studiati. E' stato ottenuto così l'istogramma mostrato in figura 6.21.a.



(a) *RMS non filtrati* **(b)** *RMS filtrati*

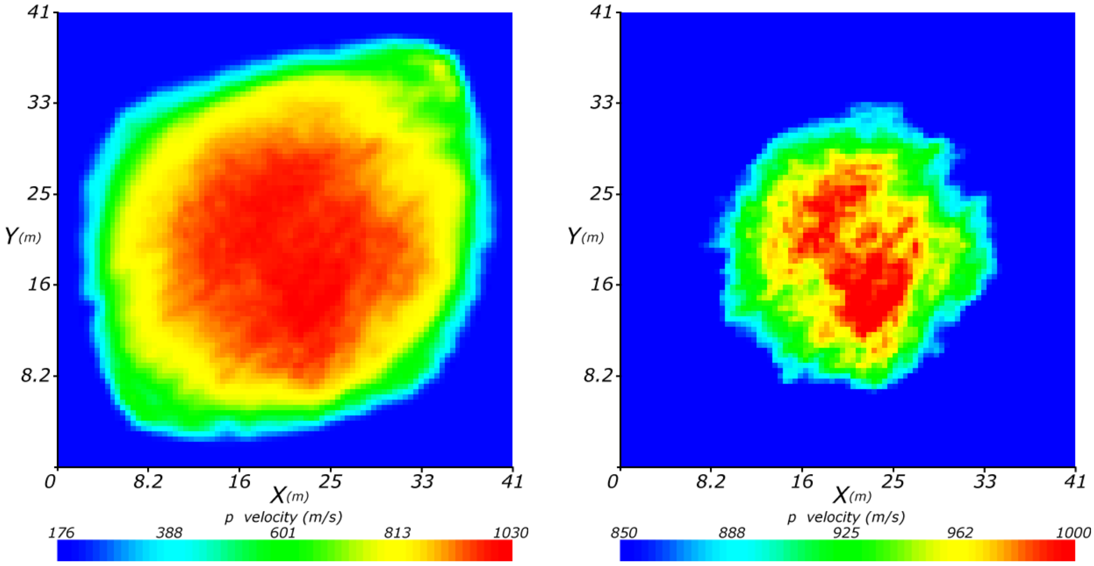
Figura 6.21: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei traveltimes.*

Abbiamo applicato un filtro ai tempi di tragitto calcolati dalla prima inversione tomografica (il cui risultato è mostrato in figura 6.20b.) tagliando i *traveltimes* che hanno mostrato residui non compresi nel range $[-15, +15]\%$. E' stato così ricavato un secondo set di dati contenente 1555 tempi di arrivo sul quale è stata condotta l'inversione tomografica finale.

RMS prima	RMS dopo
9.4222	6.4622

Tabella 6.3: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio delle registrazioni relative a residui con valori percentuali non compresi nel range* $[-15, 15]\%$

E' stata quindi condotta una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.22.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando dai $500m/s$ degli strati più esterni fino a $1030m/s$ nelle zone interne. L'area del tumulo caratterizzata da una velocità attorno a $600m/s$ sembra avere una forma ogivale, allungata lungo la direttrice NE/SW. Ciò è dovuto alla disposizione dei sensori che sono stati posizionati in questo modo per evitare le aree depresse residuo degli scavi precedenti. Restringendo il range di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.22.b nella quale si evidenzia una zona di circa $15m. \times 10$ con velocità che superano i $1000m/s$.



(a) **(b)**

Figura 6.22: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità mostrato è stato limitato a valori compresi tra 850 e 1000 m/s.*

Figura 6.23: *Fotografia del tumulo visto da Nord, durante l'acquisizione dei dati sismici.*

6.4 Tumulo di Villalta

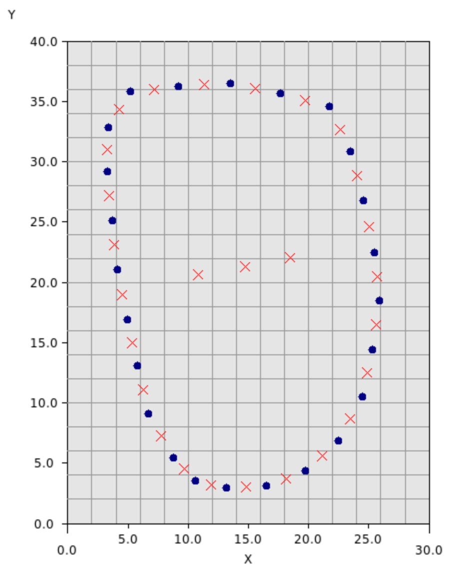
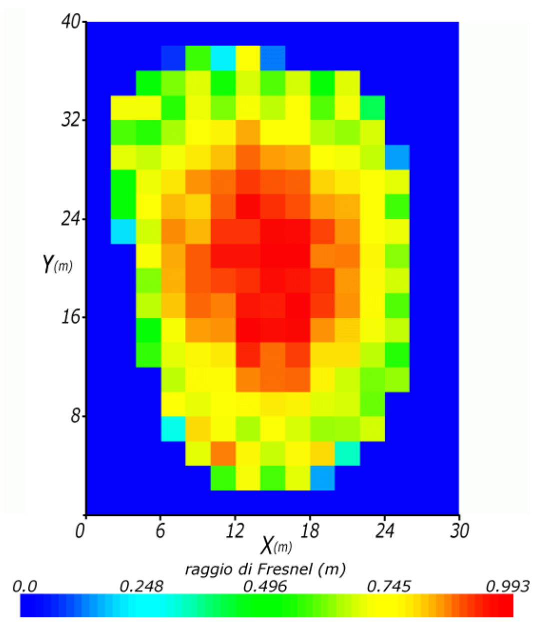
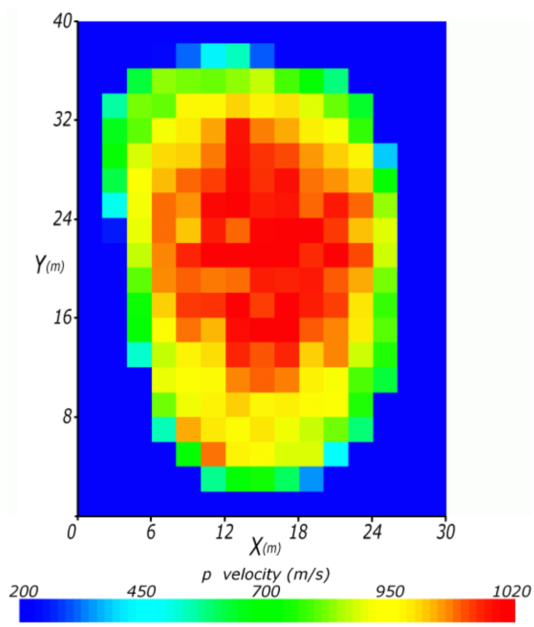


Figura 6.24: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.*
($z_{min} = 90.63m$, $z_{max} = 91.93m$)

Il tumulo di Villalta è stato studiato con le stesse tecniche descritte per il tumulo di Udine, sono stati effettuati 24 shot composti da 24 canali, per ottenere un totale di 574 tracce. Sono stati inoltre effettuati 3 shot posizionando la sorgente sulla zona sommitale del tumulo, i tempi relativi a quelle posizioni di sorgente non sono stati però utilizzati in questo lavoro. La struttura è stata di recente modificata per asportazione di una parte della porzione a Sud e per riprofilatura lungo i fianchi Est ed Ovest. Nella porzione a nord-ovest è presente uno smottamento avente lunghezza di 3 metri. I tempi d'arrivo selezionati in fase di *picking* sono stati 460. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 30 × 30. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.25a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.5 e $0.993m$.. Questo valore è inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari a 2 metri. La scelta di questa discretizzazione, meno densa se paragonata alle griglie di base usate per gli altri tumuli, è dovuta ad una qualità inferiore nei dati iniziali, questa scelta è volta a preservare una buona attendibilità nei risultati dell'inversione.



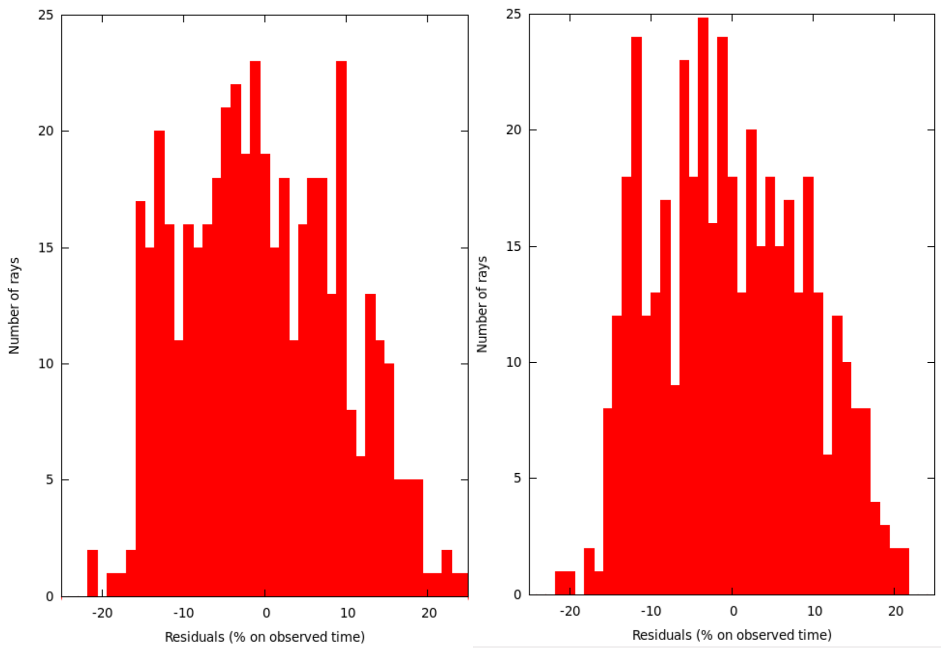
(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello*



(b) *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.25

L'inversione preliminare è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 200 iterazioni tomografiche SIRT (fig.6.25.b). Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 *step* di spostamento rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali con la procedura già descritta per il tumulo di Udine. E' stato ottenuto così l'istogramma mostrato in figura 6.26.a. Abbiamo inoltre prodotto una mappa dei residui per le diverse coppie sorgente-ricevitore, utile per ricavare il numero associato alle sorgenti e/o ricevitori con problemi (fig.6.27). E' stato quindi applicato il taglio delle registrazioni associate a residui superiori alla soglia del 20% o inferiori al -20% ottenendo un nuovo set di dati contenente 448 tempi di arrivo.



(a) *RMS non filtrati* **(b)** *RMS filtrati*

Figura 6.26: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei tempi di arrivo.*

RMS prima	RMS dopo
10.835	9.053

Tabella 6.4: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio dei records relativi a residui con valori percentuali non compresi nel range* $[-20, 20]\%$

Abbiamo a questo punto effettuato una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.17.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando dai $500m/s$ degli strati più esterni fino a raggiungere circa $1230m/s$ nelle zone interne. Restringendo l'intervallo di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.17.b nella quale si evidenzia una zona di circa $4m. \times 8$ con velocità che superano i $1200m/s$ rivolta lungo la direzione SE-NW. Inoltre nella porzione esterna a NW del tumulo si nota una piccola anomalia forse associabile allo smottamento. Un'ultima anomalia viene evidenziata sul lato sud, forse dovuta alla riprofilatura che il tumulo ha subito.

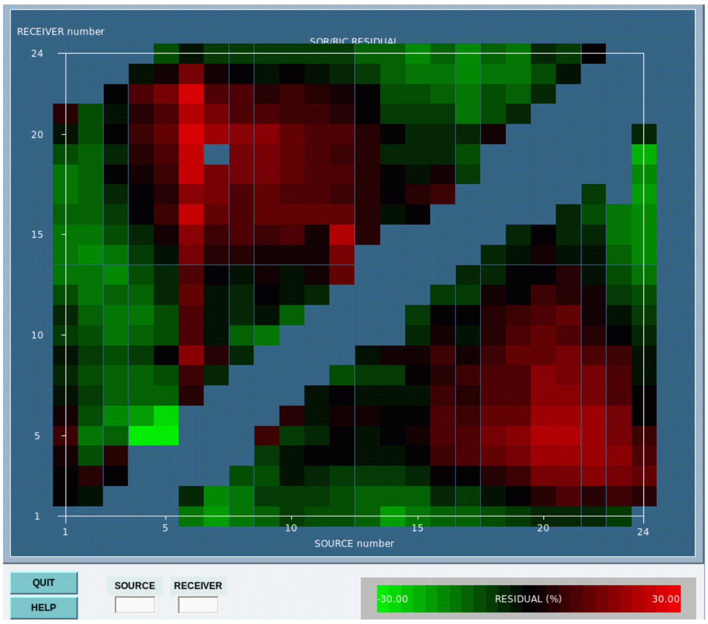
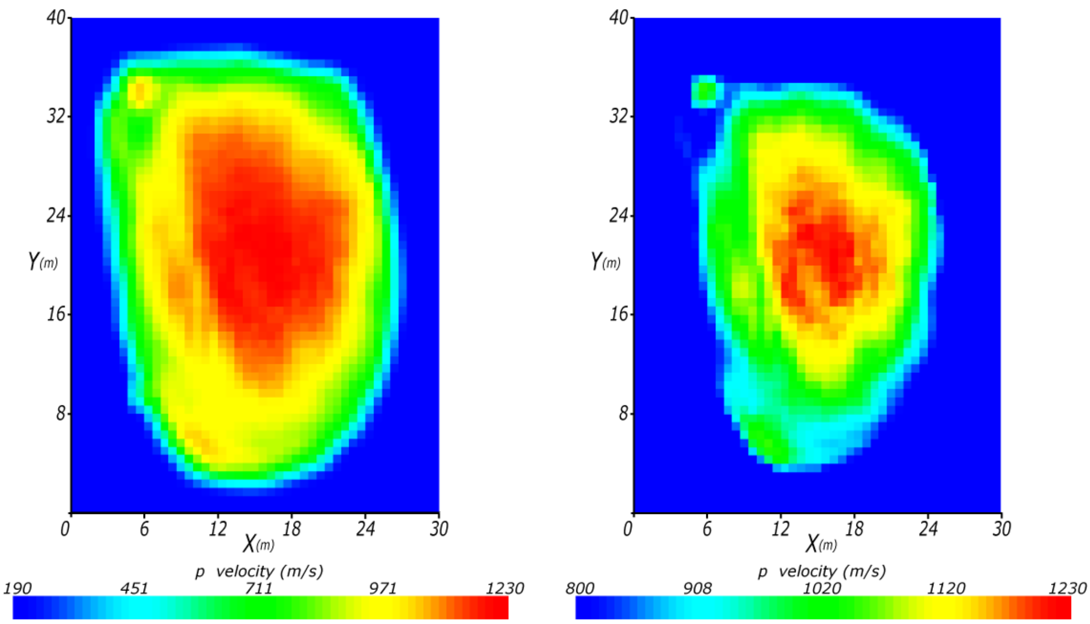


Figura 6.27: *Distribuzione dei residui per sorgenti e ricevitori.*



(a) **(b)**

Figura 6.28: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità rapresentato è stato limitato a valori compresi tra 800 e 1230 m/s.*

Figura 6.29: *Fotografia del tumulo di Villalta.*

Figura 6.30: *Fotografia del tumulo di Villalta, inquadrato da Nord.*

6.5 Tumulo di Aviano

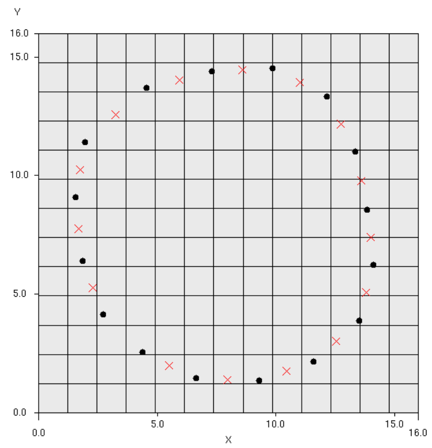
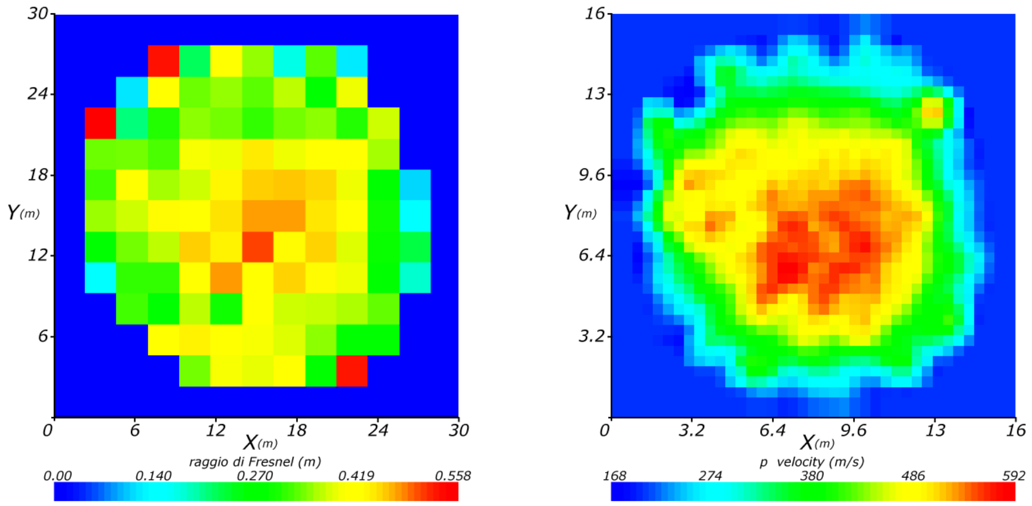


Figura 6.31: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.*
($z_{min} = 180.19m$, $z_{max} = 181.01m$)

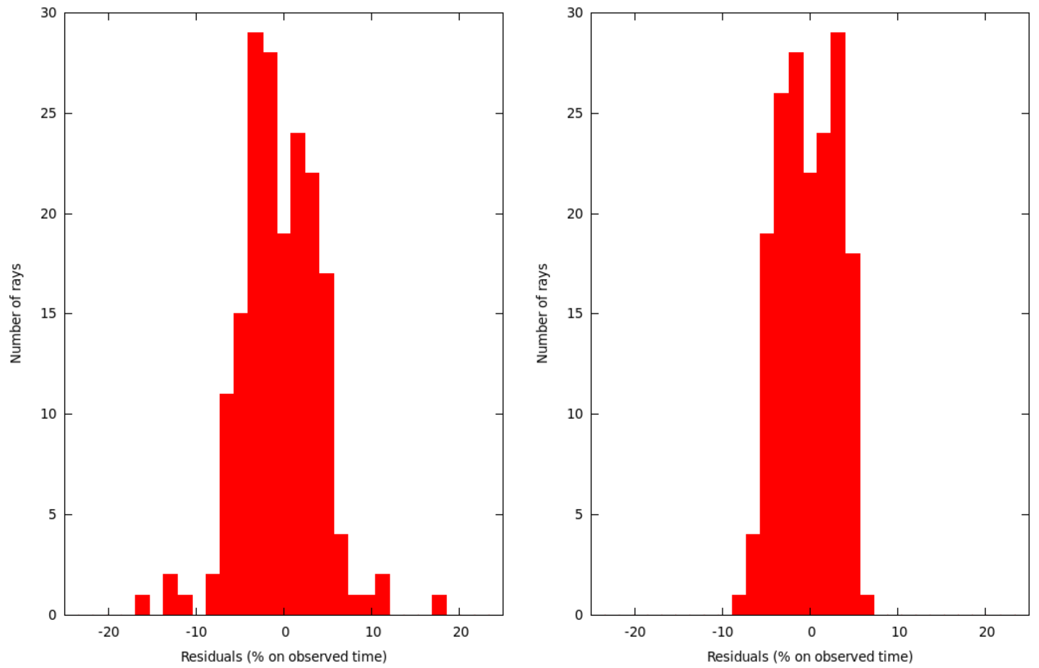
Il tumulo di Aviano è un tumulo di dimensioni estremamente contenute, con diametro inferiore a $5m$. e un'altezza inferiore a 2. Sono stati effettuati 16 shot con 16 canali ciascuno, ottenendo un totale di 256 tracce dalle quali in fase di *picking* sono stati selezionati 180 tempi di arrivo. I geofoni sono stati posizionati lungo una circonferenza fittizia ad una distanza di circa 2 metri dalla base del tumulo. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 13×13. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.32a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.2 ed $0.558m$.. Questo valore è inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari a $1.23m$. La mappa dello spazio nullo (non riportata) ha mostrato valori nulli nella quasi totalità dei pixel del modello.



(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello* **(b)** *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.32

Una prima inversione è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 200 iterazioni tomografiche e 2 successivi tracciamenti a raggi curvi, ognuno dei quali con 30 iterazioni SIRT. Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 spostamenti rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali ottenendo così l'istogramma mostrato in figura 6.33.a.



(a) *RMS non filtrati* **(b)** *RMS filtrati*

Figura 6.33: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei tempi di arrivo.*

Abbiamo applicato un filtro ai tempi di tragitto calcolati dalla prima inversione tomografica (il cui risultato è mostrato in figura 6.20b.) tagliando i *traveltimes* che hanno mostrato residui non compresi nell'intervallo $[-10, +10]\%$. E' stato così ricavato un secondo file contenente 172 tempi di arrivo sul quale è stata condotta l'inversione tomografica finale.

RMS prima	RMS dopo
4.4261	3.2176

Tabella 6.5: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio delle registrazioni relative con valori percentuali non compresi nel range* $[-10, 10]\%$

E' stata quindi condotta una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.22.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando da $300m/s$ fino a $590m/s$ all'interno. L'area del tumulo caratterizzata da una velocità di poco inferiore a $600m/s$ sembra avere una forma circolare, leggermente decentrata verso sud. Restringendo il range di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.22.b nella quale si evidenzia la stessa zona di circa $5 \times 3m$ con velocità che superano i $550m/s$.

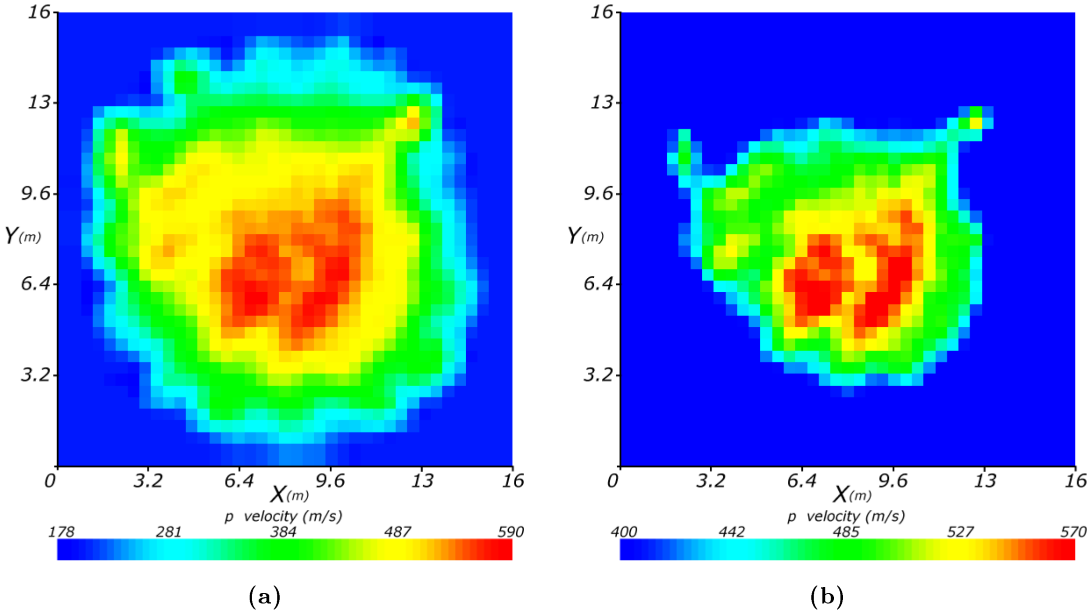


Figura 6.34: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità mostrato è stato limitato a valori compresi tra 400 e 570 m/s.*

Figura 6.35: *Fotografia del tumulo di Aviano visto da Nord.*

6.6 Tumulo di Basiliano

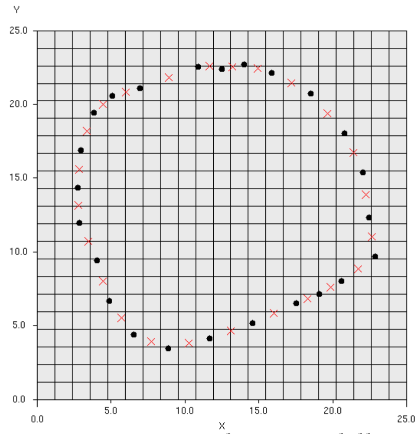
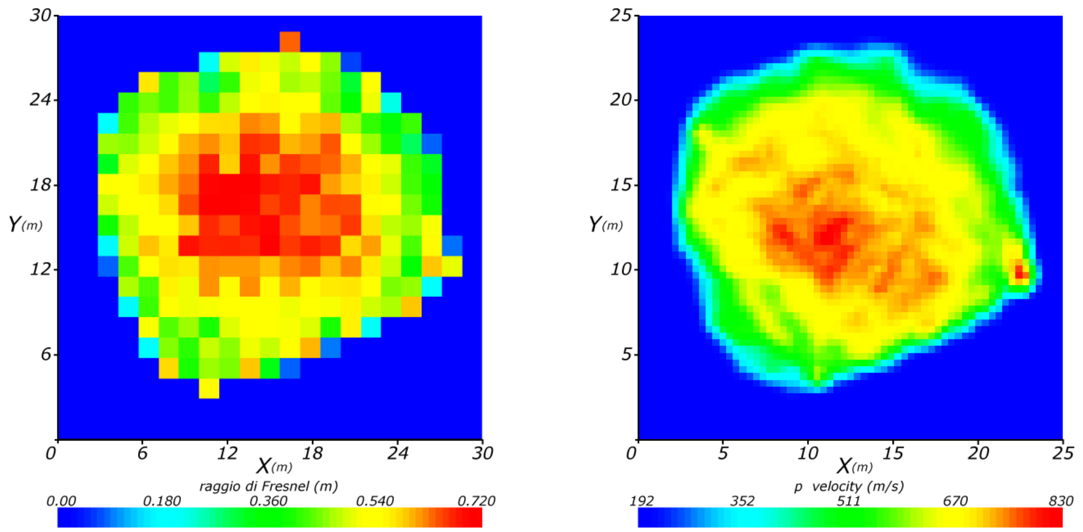


Figura 6.36: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.*
($z_{min} = 60.61m$, $z_{max} = 61.68m$)

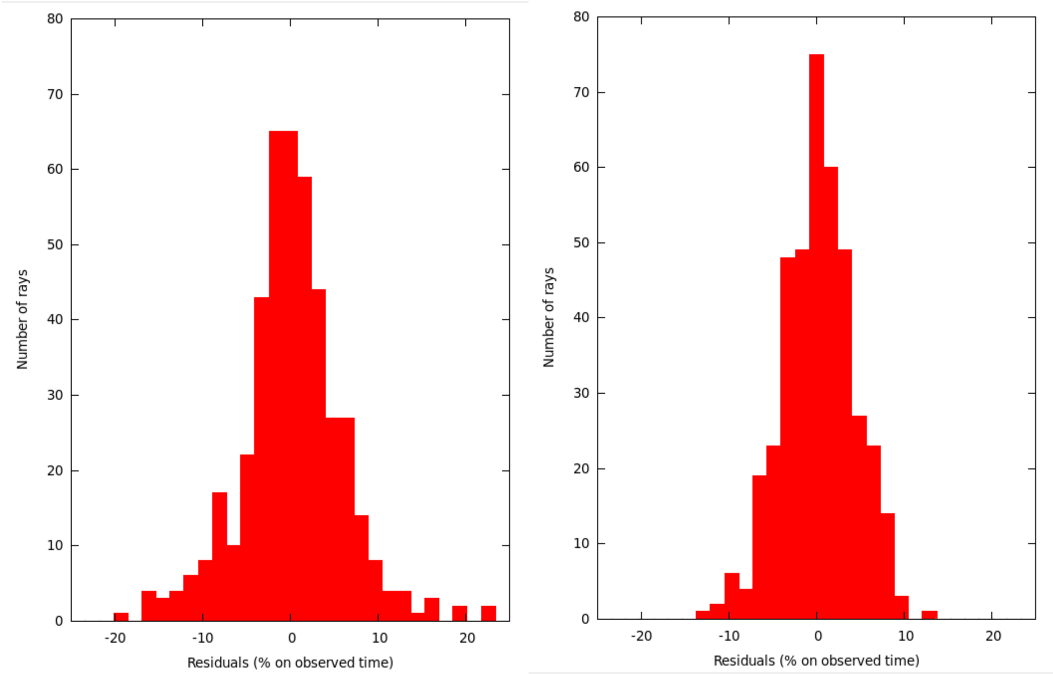
Il tumulo di Basiliano ha un diametro di circa $20m.$, in fase di acquisizione sono stati effettuati 24 shot con 24 canali ciascuno, ottenendo un totale di 576 tracce dalle quali in fase di *picking* sono stati selezionati 444 tempi di arrivo. I geofoni sono stati posizionati in maniera irregolare a causa di ostacoli in superficie. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 21×21. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.37a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.3 e $0.724m.$. Questo valore è di molto inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari a $1.19m$. La mappa dello spazio nullo (non riportata) ha mostrato valori nulli nella quasi totalità dei pixel del modello.



(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello* **(b)** *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.37

Una prima inversione è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 100 iterazioni tomografiche e 2 successivi tracciamenti a raggi curvi, ognuno dei quali con 30 iterazioni SIRT. Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 spostamenti rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali ottenendo così l'istogramma mostrato in figura 6.38.a.



(a) *RMS non filtrati*

(b) *RMS filtrati*

Figura 6.38: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei tempi di arrivo.*

Abbiamo applicato un filtro ai tempi di tragitto calcolati dalla prima inversione tomografica (il cui risultato è mostrato in figura 6.37b.) tagliando i *traveltimes* che hanno mostrato residui non compresi nell'intervallo $[-10, +10]\%$. E' stato così ricavato un secondo file contenente 404 tempi di arrivo sul quale è stata condotta l'inversione tomografica finale.

RMS prima	RMS dopo
5.7605	4.0468

Tabella 6.6: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio delle registrazioni relative a residui con valori percentuali non compresi nell'intervallo* $[-10, 10]\%$

E' stata quindi condotta una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.39.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando da $400m/s$ fino a $830m/s$ all'interno. Restringendo l'intervallo di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.39.b nella quale si evidenzia una zona con velocità che si attestano tra i 750 e gli $830m/s$. L'anomalia presenta una forma approssimativamente rettangolare con dimensione maggiore di circa 12 metri e minore di circa 4. La posizione è leggermente decentrata verso sud. Si nota inoltre un altro oggetto, lungo circa 2 metri e largo 1 posizionato sul margine est del tumulo.

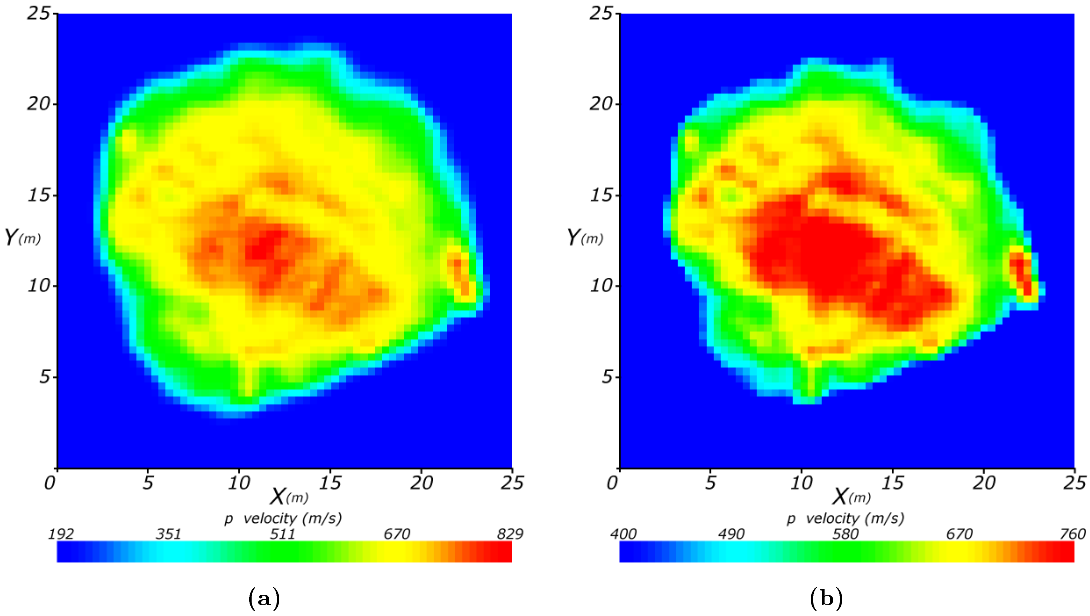


Figura 6.39: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità riportato è stato limitato a valori compresi tra 400 e 760 m/s.*

6.7 Tumulo di Coseano

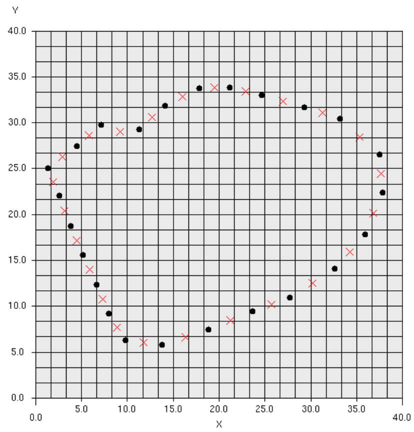
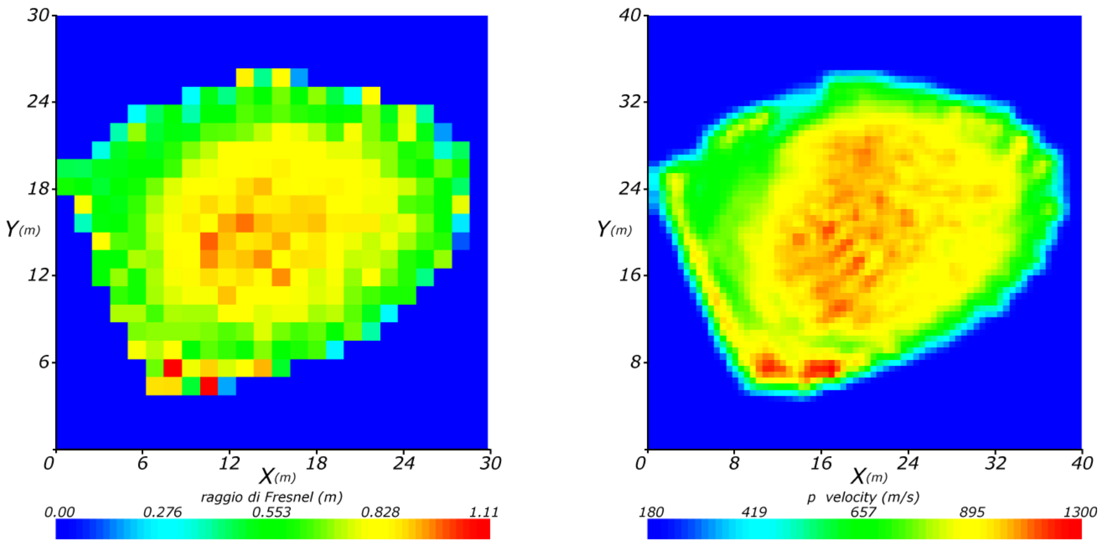


Figura 6.40: *Distribuzione delle sorgenti (rosso) e dei ricevitori (nero), mostrati sulla griglia con la quale il tumulo è stato discretizzato.* ($z_{min} = 98.75m$, $z_{max} = 99.26m$)

Il tumulo di Coseano ha una forma irregolare, la parte superiore è stata spianata per edificarvi una chiesetta (S.Giovanni in Barazzetto) E' stato effettuato un rilevamento con GPR (*Ground Penetrating Radar*) che mostra al di sotto della chiesa ed attorno a essa, un riflettore a circa $1.5m$. di profondità (circa alla quota di base della struttura). In fase di acquisizione sono stati effettuati 24 shot con 24 canali ciascuno, ottenendo un totale di 576 tracce dalle quali in fase di *picking* sono stati selezionati 424 tempi di arrivo. L'analisi tomografica è stata effettuata su un modello discretizzato con una griglia 24×24. Il calcolo del raggio di Fresnel ha fornito la mappa mostrata in figura 6.41a. dalla quale si può notare che il valore è compreso tra circa 0.5 e circa $1m$. Questo valore è inferiore al limite di risoluzione imposto dalla dimensione di un singolo pixel, pari a $1.66m$. La mappa dello spazio nullo (non riportata) ha mostrato valori nulli nella quasi totalità dei pixel del modello.

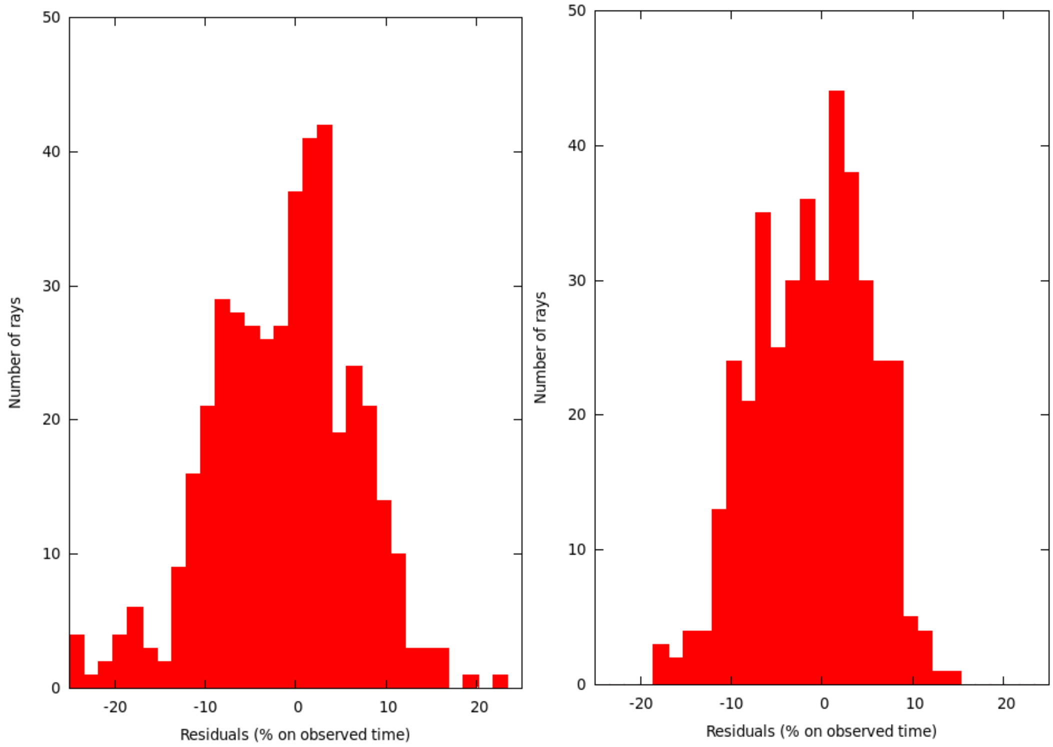


(a) *Valori del raggio di Fresnel nel Modello*

(b) *Risultato dell'inversione tomografica preliminare.*

Figura 6.41

Una prima inversione è stata effettuata su un tracciamento a raggi dritti con 120 iterazioni tomografiche SIRT. Dopo aver verificato la correttezza dei parametri di inversione fino qui descritti, è stata fatta una tomografia utilizzando il metodo delle griglie sfalsate usando 2 *step* di spostamento rispetto alla griglia di base. Sulla base dei tempi di tragitto generati da questa inversione è stata condotta l'analisi sui residui temporali ottenendo così l'istogramma mostrato in figura 6.42.a.



(a) *RMS non filtrati*　　(b) *RMS filtrati*

Figura 6.42: *Grafici percentuali dei residui temporali suddivisi in 31 classi prima e dopo la procedura di filtro dei tempi di arrivo.*

Abbiamo applicato un filtro ai tempi di tragitto calcolati dalla prima inversione cotomografica (il cui risultato è mostrato in figura 6.41b.) tagliando i *traveltimes* che hanno mostrato residui non compresi nell'intervallo $[-15, +15]\%$. E' stato così ricavato un secondo file contenente 394 tempi di arrivo sul quale è stata condotta l'inversione tomografica finale.

RMS prima	RMS dopo
7.9466	6.2768

Tabella 6.7: *Valori RMS dei residui temporali prima e dopo il taglio delle registrazioni relative a residui con valori percentuali non compresi nel range* $[-15, 15]\%$

E' stata quindi condotta una nuova inversione tomografica senza variare i parametri illustrati precedentemente, ottenendo così l'immagine mostrata in figura 6.43.a. I valori di velocità variano nel tumulo passando da circa $600m/s$ fino a $1100m/s$ all'interno. Restringendo il range di velocità mostrato, abbiamo ottenuto la figura 6.43.b nella quale si evidenzia una zona con velocità che si attestano tra 650 e $690m/s$. L'anomalia ha dimensione maggiore di circa 20 metri e minore di circa 5 con asse maggiore allineato lungo la direttrice Nord-Sud. La posizione sembra coincidere con il riflettore osservato da una precedente analisi effettuata con tecnica GPR. Nella stessa immagine è stata inoltre sovrapposta la posizione in pianta della chiesetta, si nota che l'area ad alta velocità non è riconducibile alla presenza della costruzione. Sono presenti inoltre delle formazioni con velocità paragonabili a quelle dell'anomalia descritta, in corrispondenza del margine Ovest della struttura, sicuramente riconducibili ai muretti di ciottoli che circondano parte del tumulo.

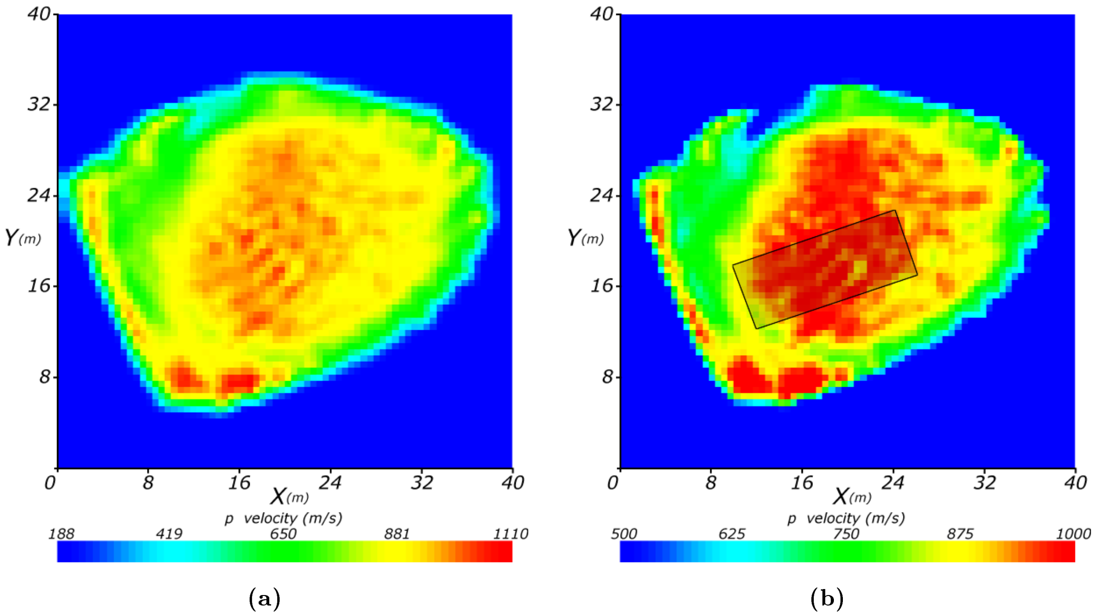


Figura 6.43: *Immagini tomografiche, nella figura (b) l'intervallo di velocità usato è stato limitato a valori compresi tra 500 e 1000 m/s. Il rettangolo sovrapposto indica la posizione in pianta della chiesetta.*

Figura 6.44: *Il tumulo con la chiesetta di S. Giovanni in Barazzetto, visto da Nord.*

Figura 6.45: *Il tumulo con la chiesetta di S. Giovanni in Barazzetto, visto da Sud.*

Conclusioni

L'analisi tomografica ha evidenziato molte analogie strutturali per i tumuli analizzati, i campi di velocità ricostruiti mostrano marcati incrementi delle velocità dalla superficie verso l'interno, con valori compresi tra 300-500 m/s nelle zone esterne, fino a 700-1000 m/s nelle aree più interne. Questo comportamento è legato alla presenza di materiali più rigidi nelle parti interne, inoltre una parte dell'aumento di velocità è imputabile alla compattazione crescente verso l'interno dovuta alla pressione degli strati sovrastanti. Questa sembra essere un'ipotesi valida, considerato che le velocità maggiori sono state ottenute nel tumulo più grande (Sant'Odorico), viceversa il tumulo di dimensioni più contenute (Aviano) ha rivelato velocità inferiori. In tutti i tumuli studiati sono presenti delle zone ad alta velocità, la cui posizione e dimensione è stata stimata. Il compito di valutarne la composizione, e l'eventuale interesse archeologico però esce dagli scopi di questo lavoro di tesi.

Dall'analisi di modelli sintetici tridimensionali abbiamo rilevato un problema legato al tipo di acquisizione eseguita su una sezione del tumulo alla quota basale. In questo caso l'inversione di tempi d'arrivo da onde trasmesse può dare la corretta informazione sulla posizione in pianta di eventuali anomalie di velocità, ma non sulla loro profondità, che rimane indefinita.

La particolare forma dei tumuli e la possibilità di racchiuderne la base con geofoni e sorgenti disposti lungo degli *array* quasi circolari, consente l'utilizzo di schemi di acquisizione di dati tomografici simili a quelli adottati per la TAC in campo medico (Tomografia Assiale Computerizzata). In particolare si può ottenere una completa copertura angolare del tumulo-bersaglio, il che consente di ottenere ottimi risultati dall'analisi tomografica nonchè di identificare anomalie di possibile interesse archeologico. La risoluzione ottenibile da questo metodo di analisi consente di identificare anomalie anche di piccole dimensioni ed è sufficiente per ricostruire le strutture generalmente presenti nei tumuli analizzati.

Bibliografia

[1] Vesnaver A. Irregular grids in seismic tomography and minimum-time ray tracing. *Geophysical Journal International*, 78:147–165, 1996.

[2] J. G. Berryman. Convexity properties of inverse problems with variational constraints. *J. Franklin Institute*, 328:1–13, 1991.

[3] Renfrew C. and Bahn P. *Archaeology: Theories, Methods, and Practice, third ed.* Thames and Hudson, 2000.

[4] E. Forte and M. Pipan. Integrated seismic tomography and ground-penetrating radar (gpr) for the high-resolution study of burial mounds (tumuli). *Journal of Archaeological Science*, 35(9):2614 – 2623, 2008.

[5] Böhm G. *Cat3D manual.*

[6] Böhm G. and Vesnaver A. In quest of the grid. *Geophysics*, 64:1116–1125, 1999.

[7] Böhm G., Rossi G., and Vesnaver A. Adaptive regridding in 3d reflection tomography. *Annals of Geophysics*, XL-1:69–83, 1997.

[8] Hodder I. *Burials, houses, women and men in the European Neolithic.* Miller D., Tilley C. (Eds.) Architecture and Order, Basil Blackwell, Oxford, 1984.

[9] Lines L.R. and Treitel S. Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophys. Prosp.*, 32:159–186, 1984.

[10] Yilmaz O. *Seismic Data Analysis.* Society Of Exploration Geophysicists, 2001.

[11] Carrion P., Böhm G., Marchetti A., Pettenati F., and Vesnaver A. Reconstruction of lateral gradients from reflection tomography. *Journal of Seismic Exploration*, 2:55–67, 1993.

[12] Stewart R. Exploration seismic tomography, fondamentals. *SEG - Society of Exploration Geophysicists*, 3, 1993.

[13] Kaczmarz S. Linearer gleichungen del angenäherte auflösung von systemen. *Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres.*, 35:335–357, 1937.

Indice